

電験徒然草 65段

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くにはこのT="o"~

(1/20)

図1のように $V = V$ に対して $E = E e^{j\delta}$ の内部誘起電圧を持つ発電機が接続されている時、流れる有効電力 P は、

$$P = \frac{EV}{X} \sin \delta$$

となる。またベクトル図は図2のようになる。

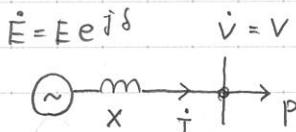


図1

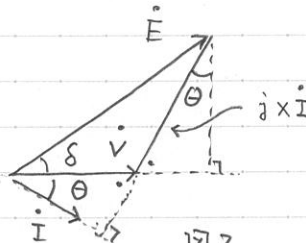


図2

$$\begin{aligned} \vec{I} &= \frac{\vec{E} - \vec{V}}{jX} = \frac{E e^{j\delta} - V}{jX} \\ \therefore \vec{I} &= \frac{E e^{-j\delta} - V}{-jX} \\ &= \frac{E(\cos \delta - j \sin \delta) - V}{-jX} \\ &= \frac{E \sin \delta + j(E \cos \delta - V)}{X} \\ P &= \operatorname{Re}[\vec{V} \vec{I}] = \frac{EV}{X} \sin \delta \end{aligned}$$

並行運転する2台の同期発電機があるときの系統図とベクトル図は図3と図4のように描ける。

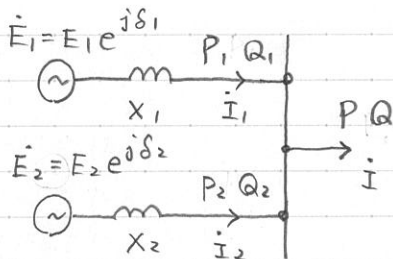


図3

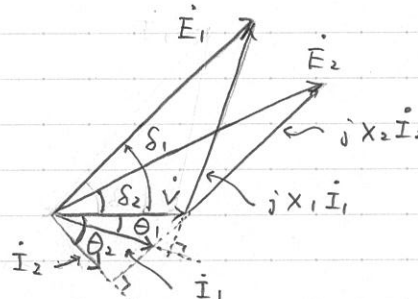


図4

δ_1, δ_2 は要する値を取り得るが、電験の問題では計算が容易になるように(それでも面倒なT="o") $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ とする場合が多い。

問題を解くのに必要な式を列挙する。

図2 (図5) から見えるのは、

$$\begin{cases} E \cos \delta = V + XI \sin \theta & \dots (1) \\ E \sin \delta = XI \cos \theta & \dots (2) \end{cases}$$

①、②式の辺々2乗して加えると

$$E^2 (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta) = (V + XI \sin \theta)^2 + (XI \cos \theta)^2$$

$$\therefore E = \sqrt{(V + XI \sin \theta)^2 + (XI \cos \theta)^2} \dots (3)$$

[δ を消去 $\rightarrow E$ を求める式]

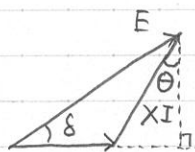


図5

$$\begin{aligned} \text{右の三角形でも三平方の定理から} \\ E^2 &= (V \cos \theta)^2 + (V \sin \theta + XI)^2 \\ \therefore E &= \sqrt{(V \cos \theta)^2 + (V \sin \theta + XI)^2} \end{aligned}$$

とも書ける。

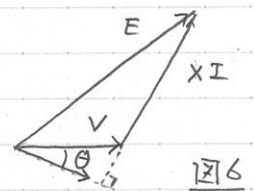


図6

$\sqrt{}$ 内は、

$$\begin{aligned} &V^2 \cos^2 \theta + V^2 \sin^2 \theta + 2VXI \sin \theta + (XI)^2 \\ &= V^2 + 2VXI \sin \theta + (XI)^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \\ &= V^2 + 2VXI \sin \theta + (XI \sin \theta)^2 + (XI \cos \theta)^2 \\ &= (V + XI \sin \theta)^2 + (XI \cos \theta)^2 \\ &\rightarrow (3) \text{ 式の } \sqrt{ } \text{ 内} \end{aligned}$$

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くだけなのだよ~

(2/20)

①式を変形してあらためて②式と並べると,

$$XI \sin \theta = E \cos \delta - V \quad \cdots \cdots (4)$$

$$XI \cos \theta = E \sin \delta \quad \cdots \cdots (5)$$

④と⑤を2乗して加えると

$$X^2 I^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = (E \cos \delta - V)^2 + (E \sin \delta)^2$$

$$\therefore I = \frac{1}{X} \sqrt{(E \cos \delta - V)^2 + (E \sin \delta)^2} \quad \cdots \cdots (6)$$

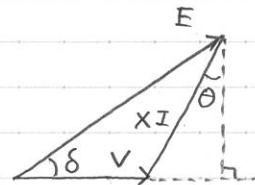
[θ を消去 $\rightarrow I$ を求める式]

図5(再掲)

I を求めるのに図5の三角形に余弦定理を用いて,

$$(XI)^2 = E^2 + V^2 - 2EV \cos \delta \quad \cdots \cdots (7)$$

から

$$I = \frac{1}{X} \sqrt{E^2 + V^2 - 2EV \cos \delta} \quad \cdots \cdots (8)$$

とも書ける。

$$\left. \begin{array}{l} \text{⑧式の } \cos \delta \text{ を } \sin \delta \text{ で済むか、いずれ} \\ \text{に1でも } \sin \delta \text{ より} \\ \cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta} \\ \text{は計算しないといけない。(P5のように)} \end{array} \right\}$$

また図5で

$$E \sin \delta = XI \cos \theta \quad \cdots \cdots (9)$$

と書ける。両辺に V を掛けて変形すると

$$\frac{EV}{X} \sin \delta = VI \cos \theta$$

となり $\frac{EV}{X} \sin \delta$ が電力であることを示している。

$$P = VI \cos \theta = \frac{EV}{X} \sin \delta \quad \cdots \cdots (10) \quad [E \text{ と } V \text{ は相電圧}]$$

図3のように並行運転している場合、有効電力 P 、無効電力 Q について

$$\begin{cases} P_1 + P_2 = P & \cdots \cdots (11) \\ Q_1 + Q_2 = Q & \cdots \cdots (12) \end{cases}$$

となるので

$$\begin{cases} VI_1 \cos \theta_1 + VI_2 \cos \theta_2 = VI \cos \theta \\ VI_1 \sin \theta_1 + VI_2 \sin \theta_2 = VI \sin \theta \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 = I \cos \theta & \cdots \cdots (13) \\ I_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2 = I \sin \theta & \cdots \cdots (14) \end{cases}$$

また⑩式、⑪式から

$$\frac{E_1 V}{X_1} \sin \delta_1 + \frac{E_2 V}{X_2} \sin \delta_2 = P \quad \cdots \cdots (15)$$

の関係もある。

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta \text{ がわかれば } \sin \theta \text{ もわかる。} \\ \rightarrow \text{無効電力もわかる。} \\ I \cos \theta, I \sin \theta \text{ というように、まとめ} \\ \text{た形で数値を用いる場合もある。} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{問題ではさらに } \delta_1 = \delta_2 = \delta \text{ で} \\ \text{あることが多い} \end{array} \right\}$$

同期発電機の並行運転

～ベクトル図から解くだけなのだから～

(3/20)

並行運転の計算問題に使用する式は以上であり、あとは地道に計算間違いをしないように与えられた諸量を使って計算する。

令和6年から平成7年まで遡ると同期発電機の並行運転に関する問題は、1種において5回出題されている(と思う。見落としがあるかも)。

以下順次紹介する。

【令和6年1種機械・制御問1】

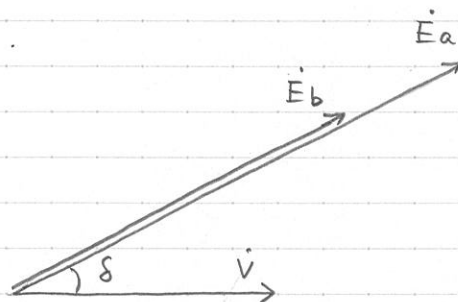
A機及びB機の2台の三相円筒形同期発電機と共通の母線に接続して並行運転を行う。この共通母線に負荷と接続して、両機とも遅れ力率にて、また両機の負荷角が等しくなるように並行運転を行うと両機のフェーザ図の一部が図のようになつた。この運転状態の発電機について、次の問に答えよ。

ここで、両機はいずれも定格皮相電力10MV・A、定格力率0.8(遅れ)であり、A機とB機の同期リアクタンスは $X_a = 2.0 \text{ p.u.}$ 、及び $X_b = 1.5 \text{ p.u.}$ である。なお、鉄心の磁気飽和及び発電機の損失は無視し、単位法は発電機の定格皮相電力及び定格電圧を基準、無効電力は遅れを正とする。

(1) 図を参考にして、 $\vec{V}$ 、 $\vec{E}_a$ 、 $\vec{E}_b$ 、 δ に加えて、A機とB機の電機子電流 $\vec{I}_a$ 、 $\vec{I}_b$ 、力率角 θ_a 、 θ_b 、同期リアクタンス電圧降下 $jX_a \vec{I}_a$ 、 $jX_b \vec{I}_b$ を記入したフェーザ図を答案用紙に描け。なお、フェーザ図は図のように $\vec{V}$ の位相を基準とし、各機単独ではなく一つの図として記載せよ。

(2) この運転状態におけるA機の諸量と有効電力 $P_a = 4 \text{ MW}$ 、 $\cos \theta_a = 0.8$ 、 $V = 1.0 \text{ p.u.}$ とし、そのときの $\vec{I}_a$ [p.u.] を求め、さらに $\vec{E}_a$ [p.u.]、 $\sin \delta$ の値を求めよ。

(3) また、そのときのB機の有効電力と $P_b = 4 \text{ MW}$ とし、B機の $\vec{E}_b$ [p.u.] を求め、さらに $\vec{I}_b$ [p.u.]、 $\cos \theta_b$ 、及びB機が分担する無効電力 Q_b [p.u.] の値を求めよ。



$\vec{E}_a, \vec{E}_b$: A機、B機の無負荷誘導起電力

$\vec{V}$: 両機共通の端子電圧

δ : 両機共通の負荷角

図 並行運転中のA機とB機のフェーザ図(一部)

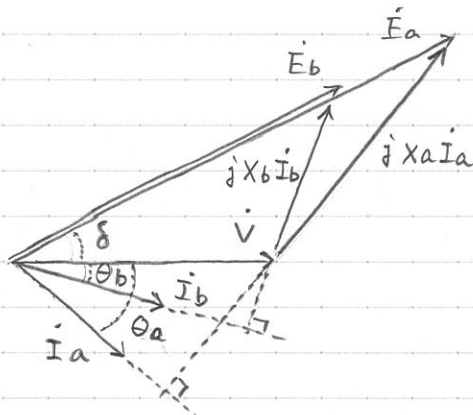
同期発電機の並行運転

～ベクトル図から解くには注意が必要～

(4/20)

【解答】

(1) 求める 2-ガー図は下図のようになる。



P_a [MW] なのに 10 [MVA] を単位法の基準にしている。

単位が違ってくるように見えるが、次元は同じ。

$$P = V \cdot I \cdot \cos \theta$$

$$[V] \cdot [A] \cdot [\text{無次元}]$$

皮相電力 S , 有効電力 P , 無効電力 Q とすると $S = P + jQ$ となるが、これは次元が同じだから書ける。

$$(2) P_a = 4 \text{ [MW]} \text{ ならば } P_a [\text{p.u.}] = 4/10 = 0.4 [\text{p.u.}]$$

$$P_a = V I_a \cos \theta_a \text{ より}$$

$$I_a = \frac{P_a}{V \cos \theta_a} = \frac{0.4}{1 \times 0.8} = 0.5 [\text{p.u.}] \dots (\text{答})$$

2-ガー図より

$$E_a = \sqrt{(V \cos \theta_a)^2 + (V \sin \theta_a + X_a I_a)^2}$$

$$V = 1.0, \cos \theta_a = 0.8, \sin \theta_a = 0.6, X_a = 2.0, I_a = 0.5 \text{ ならば}$$

$$E_a = \sqrt{(0.8)^2 + (0.6 + 2 \times 0.5)^2} = 1.7889 \rightarrow E_a = 1.79 [\text{p.u.}] \dots (\text{答})$$

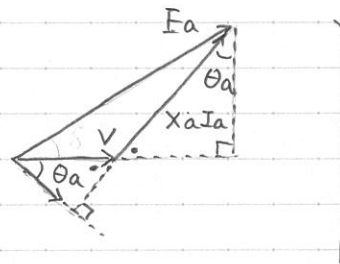
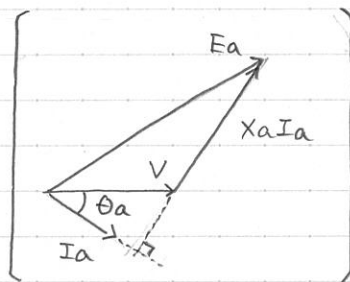
$$P_a = \frac{E_a V}{X_a} \sin \delta \text{ ならば } \sin \delta = \frac{P_a X_a}{E_a V}$$

$$\therefore \text{この式に } P_a = 0.4 \text{ p.u., } X_a = 2.0, E_a = 1.7889, V = 1.0 \text{ 代入}$$

$$V = 1.0 \text{ を代入して}$$

$$\sin \delta = \frac{0.4 \times 2.0}{1.7889 \times 1} = 0.44720$$

$$\rightarrow \sin \delta = 0.447 \dots (\text{答})$$



1. おいて

$$E_a = \sqrt{(V + X_a I_a \sin \theta_a)^2 + (X_a I_a \cos \theta_a)^2}$$

でも良い。

$$(3) P_b = \frac{E_b V}{X_b} \sin \delta \text{ より } E_b = \frac{P_b X_b}{V \sin \delta}$$

$$\text{上式に } P_b = 0.4 \text{ p.u., } X_b = 1.5, V = 1.0, \sin \delta = 0.44720 \text{ を代入して}$$

$$E_b = \frac{0.4 \times 1.5}{1 \times 0.44720} = 1.3417 \rightarrow E_b = 1.34 [\text{p.u.}] \dots (\text{答})$$

同期発電機の並行運転 ~ ベクトル図から解くためのヒント ~

(5/20)

 E_b , $jX_b I_b$, V の三角形に余弦定理を適用して

$$(X_b I_b)^2 = E_b^2 + V^2 - 2E_b V \cos \delta$$

$$\therefore I_b = \frac{1}{X_b} \sqrt{E_b^2 + V^2 - 2E_b V \cos \delta}$$

$$E_b = 1.3417, V = 1, \cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta} = \sqrt{1 - (0.44720)^2} = 0.89443$$

及び $X_b = 1.5$ を代入して

$$I_b = \frac{1}{1.5} \sqrt{(1.3417)^2 + 1^2 - 2 \times 1.3417 \times 1 \times 0.89443}$$

$$= 0.42166 \rightarrow I_b = 0.422 \text{ [p.u.] } \dots (\text{答})$$

$$P_b = V I_b \cos \theta_b \text{ より}$$

$$\cos \theta_b = \frac{P_b}{V I_b}$$

$$P_b = 0.4, V = 1, I_b = 0.42166 \text{ を代入して}$$

$$\cos \theta_b = \frac{0.4}{1 \times 0.42166} = 0.94863 \rightarrow \cos \theta_b = 0.949 \dots (\text{答})$$

$$Q_b = V I_b \sin \theta_b \text{ より}$$

$$V = 1.0, I_b = 0.42166, \sin \theta_b = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_b} = \sqrt{1 - (0.94863)^2} = 0.31639 \text{ となる}$$

$$Q_b = 1 \times 0.42166 \times 0.31639 = 0.13341 \rightarrow Q_b = 0.133 \text{ [p.u.] } \dots (\text{答})$$

解答終了。

【平成30年1種機械・制御問2】

三相星形結線の円筒形同期発電機A機及びB機、2台が共通母線に接続され並列運転している。A機は、定格容量10000 kV・A、定格電圧(線間電圧)6600 V、定格力率0.9(遅れ)、短絡比0.5であり、B機は、定格容量、定格電圧及び定格力率がA機と同じであるが、短絡比は0.6である。この並列運転に関して次の問に答えよ。ただし、鉄心の磁気飽和及び電機子抵抗は無視できるものとする。また、単位法は各機の定格容量(10000 kV・A)及び定格電圧を基準とする。

(1) 各発電機における、次のa及びbの値を求めよ。

a. 同期リアクタンス X_{SA} , X_{SB} [p.u.]b. 発電機定格出力運転時の無負荷誘導起電力 E_A , E_B [p.u.]

(2) 両発電機が接続されている共通母線電圧(線間電圧)を定格電圧6600 Vに保ち、両発電機の負荷への有効電力及び界磁電流を無負荷状態から徐々に増加させ、両発電機とも界磁電流は定格出力運転時の界磁電流(上記小問(1)bの値の無負荷誘導起電力 E_A , E_B に相当)まで到達した。各発電機の機械入力と調整して

令和6年の問題が各発電機の負荷と提示されているのに対し、この問題は合計の負荷が与えられている。

同期発電機の並行運転 ~ ベクトル図から解くだけなので ~

(6/20)

E_A 及び E_B と同位相 (内部相角 $\delta_A = \delta_B = \delta$) にして、両発電機の負荷への合計有効電力を 16000 kW にした。このときの内部相角の $\sin \delta$ 、各発電機が分担する有効電力 P_A, P_B [kW]、発電機 A 機の相電流 I_A [p.u.] 及び力率 (遅れ) $\cos \phi_A$ を算出せよ。なお E_A 又は E_B は大きき E_A 又は E_B のフェーズである。

【解答】

(1) a. A, B 機の短絡比を各々 K_{SA}, K_{SB} とすると、

$$X_{SA} = \frac{1}{K_{SA}} = \frac{1}{0.5} = 2.0000 \rightarrow X_{SA} = 2.00 \text{ [p.u.]} \dots (\text{答})$$

$$X_{SB} = \frac{1}{K_{SB}} = \frac{1}{0.6} = 1.6667 \rightarrow X_{SB} = 1.67 \text{ [p.u.]} \dots (\text{答})$$

b. ベクトル図は右のようになる。

$$E^2 = (V + X I \sin \phi)^2 + (X I \cos \phi)^2$$

である。

$$\cos \phi = 0.9 \text{ より } \sin \phi = \sqrt{1 - (0.9)^2} = 0.43589$$

また定格運転中だから $V = 1.0, I = 1.0$

よって

$$E_A = \sqrt{(1 + 2.0 \times 1.0 \times 0.43589)^2 + (2.0 \times 1.0 \times 0.9)^2} \quad \left[= \sqrt{3.5036 + 3.24} \right]$$

$$= 2.5968 \rightarrow E_A = 2.60 \text{ [p.u.]} \dots (\text{答})$$

同様に

$$E_B = \sqrt{(1 + 1.6667 \times 1.0 \times 0.43589)^2 + (1.6667 \times 1.0 \times 0.9)^2} \quad \left[= \sqrt{2.9808 + 2.2500} \right]$$

$$= 2.2871 \rightarrow E_B = 2.29 \text{ [p.u.]} \dots (\text{答})$$

(2) 発電機出力の式は

$$P = \frac{E V}{X_s} \sin \delta \text{ [p.u.]}$$

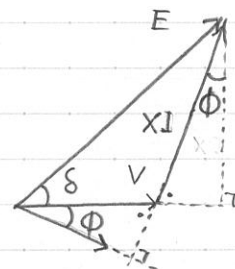
よって

$$\begin{cases} P_A = \frac{E_A V}{X_A} \sin \delta_A = \frac{2.5968 \times 1}{2.0} \sin \delta_A = 1.2984 \sin \delta_A \\ P_B = \frac{E_B V}{X_B} \sin \delta_B = \frac{2.2871 \times 1}{1.6667} \sin \delta_B = 1.3722 \sin \delta_B \end{cases}$$

 $\delta_A = \delta_B = \delta$ であり、合計出力 P_T は

$$P_T = \frac{16000}{10000} = 1.6 \text{ [p.u.]}$$

であるから、



同期発電機の並行運転 ~ ベクトル図から解くだけなわけだ ~

(7/20)

$$P_A + P_B = P_T \text{ より}$$

$$(1.2984 + 1.3722) \sin \delta = 1.6$$

$$\therefore 2.6706 \sin \delta = 1.6$$

$$\therefore \sin \delta = 0.59912 \rightarrow \sin \delta = 0.599 \text{ ---- (答)}$$

各機の実出力は

$$P_A = 1.2984 \sin \delta = 1.2984 \times 0.59912 = 0.77790 \text{ [p.u.]}$$

より

$$P_A = 0.77790 \times 10000 = 7779.0 \rightarrow P_A = 7780 \text{ [kW] ---- (答)}$$

$$P_B = 1.3722 \sin \delta = 1.3722 \times 0.59912 = 0.82211 \text{ [p.u.]}$$

より

$$P_B = 0.82211 \times 10000 = 8221.1 \rightarrow P_B = 8220 \text{ [kW] ---- (答)}$$

ベクトル図で E, V, XI で成る三角形に余弦定理を適用して、

$$(XI)^2 = E^2 + V^2 - 2EV \cos \delta$$

$$\therefore I_A = \frac{1}{X_A} \sqrt{E^2 + V^2 - 2EV \cos \delta}$$

よって

$$\cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta} = \sqrt{1 - (0.59912)^2} = 0.80066$$

よって

$$I_A = \frac{1}{2.0} \sqrt{(2.5968)^2 + 1^2 - 2 \times 2.5968 \times 0.80066}$$

$$= 0.94671 \rightarrow I_A = 0.947 \text{ [p.u.] ---- (答)}$$

また

$$P_A = V I_A \cos \phi_A$$

より

$$\cos \phi_A = \frac{P_A}{V I_A} = \frac{0.77790}{1 \times 0.94671} = 0.82169 \rightarrow \cos \phi_A = 0.822 \text{ ---- (答)}$$

解答終了。

【平成25年1種機械・制御問2】

三相星形結線の円筒形同期発電機A機及びB機の2台が共通母線に接続され並列運転している。A機は定格容量8000[kV・A]、定格電圧(線間電圧)6600[V]、定格力率0.9(遅れ)、同期リアクタンス1.7[p.u.]であり、

平成30年との違いは、両機
の容量が異なる。Xは同じ
ためバス容量が違うで容
量を合わせると異なる値となる。
また単位を[A][Ω][V]
[kW]で要求している。

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くだけなのだから~

(8/20)

B機は定格容量 $10000 \text{ [kV}\cdot\text{A]}$, 定格電圧(線間電圧) 6600 [V] , 定格力率 0.9 (遅れ), 同期リアクタンス 1.7 [p.u.] である。この並列運転に関して次の問に答えよ。ただし、鉄心の磁気飽和及び電機子抵抗は無視できるものとする。また、単位法は各機の定格容量を基準としている。

(1) 両機の母線電圧(線間電圧) 6600 [V] で並列運転して、 12000 [kW] 遅れ力率 0.9 の負荷を負っている。両機が 6000 [kW] ずつ負荷電力を分担するように調整したとき、A機の運転力率は 0.95 (遅れ) であった。

a. 負荷電流 $I_L \text{ [A]}$, 両機の電機子電流 $I_A \text{ [A]}$, $I_B \text{ [A]}$, 及びB機の運転力率 $\cos \phi_B$ を求めよ。

b. 両機の同期リアクタンス $X_A \text{ [}\Omega\text{]}$, $X_B \text{ [}\Omega\text{]}$, 及び無負荷誘導起電力(相電圧) $E_A \text{ [V]}$, $E_B \text{ [V]}$ を求めよ。

(2) 上記(1)において、母線電圧(線間電圧) 6600 [V] のまま、徐々に負荷状態が変化して、両機は並列運転にて 15000 [kW] の負荷電力を負うことになった。この負荷電力に対して、両機の無負荷誘導起電力 E_A, E_B を上記(1)b. の値に保ちながら、各機の負荷電力を徐々に変えると、同期化力によって E_A, E_B は同位相になった。このときの E_A, E_B と母線の相電圧との内部相差角を $\delta \text{ [rad]}$ とし、その $\sin \delta$ 及びそのときの両機が分担する有効電力 [kW] を求めよ。

【解答】

(1) a. 母線電圧(線間電圧)を V とすると、負荷電力 $P_L = 12000 \text{ [kW]}$ に対し

$$P_L = \sqrt{3} V I_L \cos \phi \times 10^{-3} = \sqrt{3} \times 6600 \times I_L \times 0.9 \times 10^{-3} = 12000$$

$$\therefore I_L = \frac{12000}{\sqrt{3} \times 6600 \times 0.9 \times 10^{-3}} = 1166.4 \rightarrow I_L = 1170 \text{ [A]} \text{ --- (答)}$$

$P_A = 6000 \text{ [kW]}$, $\cos \phi_A = 0.95$ とあるから

$$P_A = \sqrt{3} V I_A \cos \phi_A \times 10^{-3} = \sqrt{3} \times 6600 \times I_A \times 0.95 \times 10^{-3} = 6000 \text{ [kW]}$$

$$\therefore I_A = \frac{6000}{\sqrt{3} \times 6600 \times 0.95 \times 10^{-3}} = 552.50$$

$$\rightarrow I_A = 553 \text{ [A]} \text{ --- (答)}$$

次にB機について

$$P_B = \sqrt{3} V I_B \cos \phi_B \times 10^{-3} = 6000 \text{ [kW]}$$

$$\therefore I_B \cos \phi_B = \frac{6000}{\sqrt{3} \times 6600 \times 10^{-3}} = 524.88$$

- 方 無効分の電流について

$$I_A \sin \phi_A + I_B \sin \phi_B = I_L \sin \phi_L$$

が成り立つので

$\sqrt{3} = 1.732$ で計算すると
 $I_A = 552.50 \rightarrow 553 \text{ [A]}$
 となる。標準解答では
 $\sqrt{3} = 1.73205$ で計算して
 いるから
 $I_A = 552.49 \rightarrow 552 \text{ [A]}$
 B機の力率が分からないので
 I_B は I_A のように求められない。
 $I_B \sin \phi_B$ がわかれば I_B
 が求まる

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くだけなのよ!~

(9/20)

$$I_B \sin \phi_B = I_L \sin \phi_L - I_A \sin \phi_A$$

∴

$$\sin \phi_L = \sqrt{1 - \cos^2 \phi_L} = \sqrt{1 - (0.9)^2} = 0.43589$$

$$\sin \phi_A = \sqrt{1 - \cos^2 \phi_A} = \sqrt{1 - (0.95)^2} = 0.31225$$

∴

$$I_B \sin \phi_B = 1166.4 \times 0.43589 - 552.50 \times 0.31225$$

$$= 335.90$$

$$\therefore I_B = \sqrt{(I_B \cos \phi_B)^2 + (I_B \sin \phi_B)^2}$$

$$= \sqrt{(524.88)^2 + (335.90)^2}$$

$$= 623.16 \quad \rightarrow I_B = 623 \text{ [A]} \quad \text{---- (答)}$$

また B 機の力率は

$$\cos \phi_B = \frac{I_B \cos \phi_B}{I_B} = \frac{524.88}{623.16} = 0.84229 \quad \rightarrow \cos \phi_B = 0.842 \quad \text{---- (答)}$$

b. A 機の定格電流 I_{nA} は

$$I_{nA} = \frac{8000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6600} = 699.84$$

∴ A 機の基準インピーダンス X_{nA} は

$$X_{nA} = \frac{6600 / \sqrt{3}}{699.84} = 5.4450 \text{ [}\Omega\text{]}$$

よって

$$X_A = 1.7 \times 5.4450 = 9.2565 \quad \rightarrow X_A = 9.26 \text{ [}\Omega\text{]} \quad \text{---- (答)}$$

同様に

$$I_{nB} = \frac{10000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6600} = 874.80 \text{ [A]}$$

$$X_{nB} = \frac{6600 / \sqrt{3}}{874.80} = 4.3560 \text{ [}\Omega\text{]}$$

∴

$$X_B = 1.7 \times 4.3560 = 7.4052 \quad \rightarrow X_B = 7.41 \text{ [}\Omega\text{]} \quad \text{---- (答)}$$

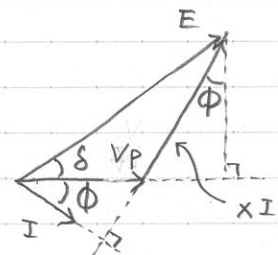
右のベクトル図で

$$E = \sqrt{(V_P + X I \sin \phi)^2 + (X I \cos \phi)^2}$$

である。

ここで V_P は母線電圧 (相電圧) であり

$$V_P = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{6600}{\sqrt{3}} = 3810.6 \text{ [V]}$$



同期機の並行運転

～ベクトル図から解くだけなのたのしみ～

(10/20)

A機について

$$V_p + X_A I_A \sin \phi_A = 3810.6 + 9.2565 \times 552.50 \times 0.31225 = 5407.5$$

$$X_A I_A \cos \phi_A = 9.2565 \times 552.50 \times 0.95 = 4858.5$$

たのしみ

$$E_A = \sqrt{(V_p + X_A I_A \sin \phi_A)^2 + (X_A I_A \cos \phi_A)^2}$$

$$= \sqrt{(5407.5)^2 + (4858.5)^2}$$

$$= 7269.5 \rightarrow E_A = 7270 \text{ [V]} \dots (\text{答})$$

$$\left[\sqrt{1 - \cos^2 \phi_B} \right]$$

B機について

$$V_p + X_B I_B \sin \phi_B = 3810.6 + 7.4052 \times 623.16 \times \sqrt{1 - (0.84229)^2} = 6298.0$$

$$X_B I_B \cos \phi_B = 7.4052 \times 623.16 \times 0.84229 = 3886.9$$

たのしみ

$$E_B = \sqrt{(6298.0)^2 + (3886.9)^2} = 7400.9 \rightarrow E_B = 7400 \text{ [V]} \dots (\text{答})$$

[相電圧で計算し、3倍する]

(2) A, B 兩機の出力 P_A, P_B は

$$\begin{cases} P_A = 3 \times \frac{E_A V_p}{X_A} \sin \delta_A \times 10^{-3} = \frac{3 \times 7269.5 \times 3810.6 \times \sin \delta_A \times 10^{-3}}{9.2565} = 8977.9 \sin \delta_A \\ P_B = 3 \times \frac{E_B V_p}{X_B} \sin \delta_B \times 10^{-3} = \frac{3 \times 7400.9 \times 3810.6 \times \sin \delta_B \times 10^{-3}}{7.4052} = 11425 \sin \delta_B \end{cases}$$

$$\delta_A = \delta_B = \delta \text{ であり } P_A + P_B = 15000 \text{ [kW]} \text{ であるから}$$

$$(8977.9 + 11425) \sin \delta = 15000$$

$$\left[\begin{array}{l} E_A, E_B, V_p \text{ は相電圧 [V]} \\ \rightarrow 3 \text{ 倍する必要がある。} \\ [p.u.] \text{ であれば不要。} \end{array} \right]$$

$$\therefore \sin \delta = \frac{15000}{8977.9 + 11425} = 0.73519 \rightarrow \sin \delta = 0.735 \dots (\text{答})$$

よって

$$P_A = 8977.9 \sin \delta = 8977.9 \times 0.73519 = 6600.5 \rightarrow P_A = 6600 \text{ [kW]} \dots (\text{答})$$

$$P_B = 11425 \sin \delta = 11425 \times 0.73519 = 8399.5 \rightarrow P_B = 8400 \text{ [kW]} \dots (\text{答})$$

解答終了。

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くだけなのだから~

(11/20)

【平成18年1種機械・制御問1】

三相同期発電機の並行運転に関し、次の問に答えよ。

- (1) 複数台の三相同期発電機を共通母線に接続し、並行運転するための必要条件について述べよ。
- (2) 2台の円筒形磁石形三相同期発電機A, Bの励磁を定格状態に保って並行運転されている。定格7000[kV・A], 6600[V], 力率0.9(遅れ), 短絡比0.8のA機と、定格10000[kV・A], 6600[V], 力率0.9(遅れ), 短絡比1.0のB機と母線電圧6600[V]において、負荷に電力を供給しているとき、次の値を求めよ。ただし、鉄心の磁気飽和及び電機子抵抗は無視できるものとする。
- a. 両機の同期リアクタンス X_A, X_B [Ω]
- b. 両機の無負荷誘導起電力(相電圧) E_A, E_B [V]
- (3) 上記(2)において、母線電圧を6600[V]に保ち、徐々に負荷電力を増加させ、両機とも出力(電力[kW])が定格を超えない範囲で、負荷に供給する電力が最大となった。このときの E_A, E_B と母線の相電圧との内部相角度 δ とするときの $\sin \delta$ 及びこのときの負荷電力[kW]を求めよ。ただし、同期化電流のため E_A, E_B は同相になるものとする。

【解答】

(1) ある過去問集の解答によれば

- ① 各機の周波数が等しいこと
- ② 各機の起電力の大きさ及び波形状が等しいこと
- ③ 各機の起電力の位相角がほぼ一致していること

とあるが、これは同期運転に入るとき条件であり、並行運転に入ってしまう②③は、端子電圧、界磁電流、電機子電流が定格値を超えない方が良い。

- (2) a. A機, B機の定格容量 P_{nA}, P_{nB} , 定格電圧 V_{nA}, V_{nB} , 短絡比 k_{sA}, k_{sB} とすると、両機の同期リアクタンス X_A, X_B は

$$X_A = \frac{1}{k_{sA}} \cdot \frac{V_{nA}^2}{P_{nA}} = \frac{1}{0.8} \cdot \frac{6600^2}{7000 \times 10^3} = 7.7786$$

$$\rightarrow X_A = 7.78 [\Omega] \quad \dots (\text{答})$$

$$X_B = \frac{1}{k_{sB}} \cdot \frac{V_{nB}^2}{P_{nB}} = \frac{1}{1.0} \cdot \frac{6600^2}{10000 \times 10^3} = 4.3560$$

$$\rightarrow X_B = 4.36 [\Omega] \quad \dots (\text{答})$$

$$\left[\begin{aligned} X [\text{p.u.}] &= \frac{1}{k_s} \text{ であり、また、} \\ X [\text{p.u.}] &= \frac{X [\Omega] \cdot I}{V / \sqrt{3}} \\ &= \frac{X [\Omega] \cdot I}{V / \sqrt{3}} \cdot \frac{V}{V} \\ &= \frac{\sqrt{3} V I}{V^2} \cdot X [\Omega] \\ &= \frac{P_n}{V^2} \cdot X [\Omega] \\ X [\Omega] &= X [\text{p.u.}] \cdot \frac{V^2}{P_n} \\ &= \frac{1}{k_s} \cdot \frac{V^2}{P_n} \end{aligned} \right]$$

同期発電機の並行運転

～ベクトル図から解くだけなのだから～

(12/20)

b. A機についてベクトル図を描くと右図のようになる。

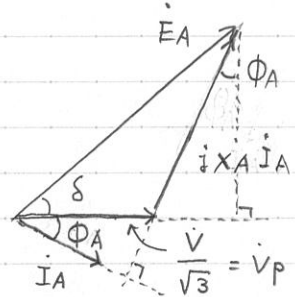
A機の定格電流 I_{nA} は

$$I_{nA} = \frac{P_{nA}}{\sqrt{3} V_A} = \frac{7000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6600} = 612.36 \text{ [A]}$$

また

$$\sin \phi_A = \sqrt{1 - \cos^2 \phi_A} = \sqrt{1 - (0.9)^2} = 0.43589$$

$$\text{端子電圧 } V_P = \frac{V_{nA}}{\sqrt{3}} = \frac{6600}{\sqrt{3}} = 3810.6$$



従ってベクトル図より

$$\begin{aligned} E_A &= \sqrt{(V_P + X_A I_{nA} \sin \phi_A)^2 + (X_A I_{nA} \cos \phi_A)^2} \\ &= \sqrt{(3810.6 + 7.7786 \times 612.36 \times 0.43589)^2 + (7.7786 \times 612.36 \times 0.9)^2} \\ &= \sqrt{(5886.9)^2 + (4287.0)^2} \\ &= 7282.4 \rightarrow E_A = 7280 \text{ [V]} \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

B機も同様にして

$$I_{nB} = \frac{P_{nB}}{\sqrt{3} V_B} = \frac{10000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6600} = 874.80 \text{ [A]}$$

から

$$\begin{aligned} E_B &= \sqrt{(V_P + X_B I_{nB} \sin \phi_B)^2 + (X_B I_{nB} \cos \phi_B)^2} \\ &= \sqrt{(3810.6 + 4.3560 \times 874.80 \times 0.43589)^2 + (4.3560 \times 874.80 \times 0.9)^2} \\ &= \sqrt{(5471.6)^2 + (3429.6)^2} \\ &= 6457.6 \rightarrow E_B = 6460 \text{ [V]} \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

(3) 両機のベクトル図は右図のようになる。

ベクトル図より

$$\sin \delta = \frac{X_A I_A \cos \phi_A}{E_A} = \frac{X_B I_B \cos \phi_B}{E_B} \quad \dots (1)$$

$$\therefore I_B \cos \phi_B = \frac{E_B X_A}{E_A X_B} I_A \cos \phi_A \quad \dots (2)$$

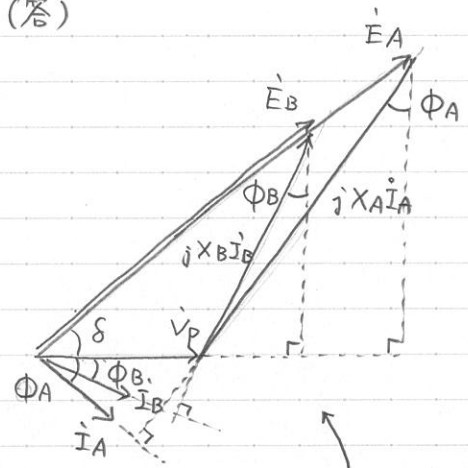
両機の有効電力をそれぞれ P_A , P_B とすると

$$P_A = \sqrt{3} V I_A \cos \phi_A \quad \dots (3)$$

$$P_B = \sqrt{3} V I_B \cos \phi_B \quad \dots (4)$$

負荷を徐々に増やし、A機が先に定格になったとすると、

$$I_A \cos \phi_A = \frac{P_A}{\sqrt{3} V} = \frac{P_{nA} \cos \phi_A}{\sqrt{3} V} \quad \dots (5)$$



(2)の答より $E_A > E_B$
題意より E_A, E_B は同相

P_A [kW] (有効電力) であり P_{nA} [kVA]
(定格時皮相電力) である。
 $P_{nA} \cos \phi_A$ は定格有効電力 [kW]

同期発電機の並行運転 ~ ベクトル図から解くだけなのに~ (13/20)

このとき P_B は

$$P_B = \sqrt{3} V I_B \cos \phi_B$$

$$= \sqrt{3} V \left(\frac{E_B X_A}{E_A X_B} I_A \cos \phi_A \right) (\because \textcircled{3} \text{式})$$

$$= \sqrt{3} V \frac{E_B X_A}{E_A X_B} \left(\frac{P_{nA} \cos \phi_A}{\sqrt{3} V} \right) (\because \textcircled{5} \text{式})$$

$$= \frac{6457.6 \times 7.7786}{7282.4 \times 4.356} \times 7000 \times 0.9$$

$$= 9975.9 \text{ [kW]}$$

となり、定格値 $10000 \times 0.9 = 9000 \text{ [kW]}$ を超えるので不適。

B機が定格に達したとすると

$$I_B \cos \theta_B = \frac{P_B}{\sqrt{3} V} = \frac{P_{nB} \cos \phi_B}{\sqrt{3} V} \quad \dots \textcircled{6}$$

このとき P_A は

$$P_A = \sqrt{3} V I_A \cos \phi_A$$

$$= \sqrt{3} V \frac{E_A X_B}{E_B X_A} I_B \cos \phi_B (\because \textcircled{2} \text{式} \text{を变形, } I_A \cos \phi_A \text{ を求め代入})$$

$$= \sqrt{3} V \frac{E_A X_B}{E_B X_A} \frac{P_{nB} \cos \phi_B}{\sqrt{3} V} (\because \textcircled{6} \text{式})$$

$$= \frac{7282.4 \times 4.356}{6457.6 \times 7.7786} \times 10000 \times 0.9$$

$$= 5683.7 \text{ [kW]}$$

となり、定格値 $7000 \times 0.9 = 6300 \text{ [kW]}$ 以下である。よってこのときの負荷電力 P_L は

$$P_L = P_A + P_B = 5683.7 + 10000 \times 0.9 = 14684 \rightarrow P_L = 14700 \text{ [kW]} \dots (\text{答})$$

また①式より

$$\sin \delta = \frac{X_B I_B \cos \phi_B}{E_B}$$

⑥式を代入して

$$\sin \delta = \frac{X_B}{E_B} \frac{P_{nB} \cos \phi_B}{\sqrt{3} V}$$

$$= \frac{4.356}{6457.6} \times \frac{10000 \times 10^3 \times 0.9}{\sqrt{3} \times 6600}$$

$$= 0.53109 \rightarrow \sin \delta = 0.531 \dots (\text{答})$$

解答終了。

$I_A \cos \phi_A$ が定格に達した時、 $I_B \cos \phi_B$ はどうなるかを確認している。
 E_A, E_B はそれぞれ定格運転時の値と同じという条件で。

A機側で求めると

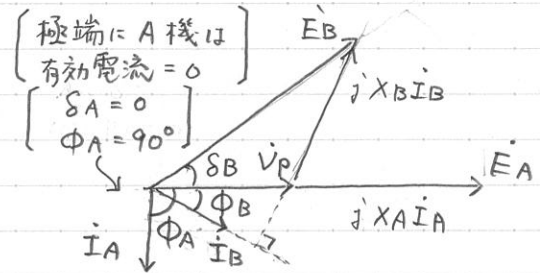
$$\begin{aligned} \sin \delta &= \frac{X_A I_A \cos \phi_A}{E_A} \\ &= \frac{X_A}{E_A} \frac{\sqrt{3} V I_A \cos \phi_A}{\sqrt{3} V} \\ &= \frac{7.7786}{7282.4} \frac{5683.7 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6600} \\ &= 0.53109 \end{aligned}$$

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くたけなはな~

(14/20)

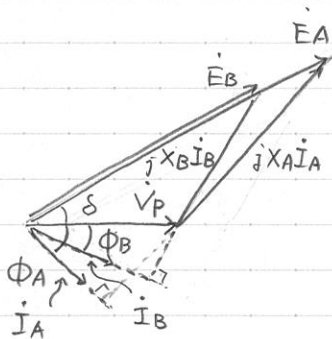
この平成18年の問題において小問(2)では、励磁が定格状態にあるというだけであり他は定格とは言っていない。負荷電力も具体的な数値は示されていない。

下の右図のような状態もあり得るし、両機とも定格の有効電力を出力しながら並行運転もあり得る。

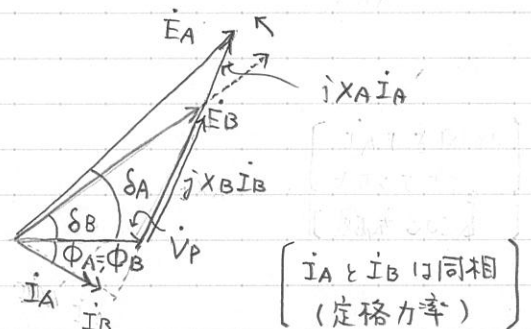


E_A, E_B が定格状態 (定格運転しているときの起電力) を保っているところまで、大きさだけも求めるのであれば 定格電流, 定格力率のときの値と求めれば良い。

小問(3)においては、 E_A と E_B が同位相という制限と設けたので、B機が早く定格に到達し、A機は定格出力と出せないが、これは「リバ」なければ「両機とも定格出力をもって並行運転できる」。



$|E_A|$ を変えるに
位相を自由に
 $\delta_A \neq \delta_B$



E_A と E_B が同相というリバがあると
B機が定格に達したときA機は
余裕あり。

$P_A = 3 V_p I_A \cos \phi_A$ の ϕ_A が小さくなる。
 $P_A = \frac{3 E_A V_p}{X_A} \sin \delta_A$ の δ_A が大きくなる。
→ P_A が大きくなる。

最後の問題。

【平成11年1種機械・制御問1】

三相星形結線の同期発電機1号機及び2号機の2台があり、定格電圧6.6[kV]で並行運転して4000[kW]遅れ力率0.8の負荷を負っている。2台の発電機は負荷と均等に分担するように調速機で制御されており、また1号機は電機子電流が200[A]の遅れ電流となるよう界磁が調整されている。

この運転状態において次の問に答えよ。

- (1) 負荷電流[A]及び2号機の電機子電流[A]を求めよ。
- (2) 1号機及び2号機の電機子電流の位相差[°]を求めよ。
- (3) 1号機及び2号機が分担する無効電力[kVar]を求めよ。
- (4) 2号機の誘導起電力[kV]及び負荷角[°]を求めよ。ただし、2号機の同期インピーダンスは1相当たり $0.5 + j15 [\Omega]$ とする。

E_A と E_B は同相と
言っていない

負荷角[°]の値と
要求している

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くだけなのだが~

(15/20)

なお、計算で三角関数が必要なときは、次の表を用いてもよい。(中間の値は比例計算すること。)

$\theta [^\circ]$	21	22	23	24	25
$\tan \theta$	0.3839	0.4040	0.4245	0.4452	0.4663
$\theta [^\circ]$	26	27	28	29	30
$\tan \theta$	0.4877	0.5095	0.5317	0.5543	0.5774
$\theta [^\circ]$	41	42	43	44	45
$\tan \theta$	0.8693	0.9004	0.9325	0.9657	1.0000
$\theta [^\circ]$	46	47	48	49	50
$\tan \theta$	1.0355	1.0724	1.1106	1.1504	1.1918

【解答】

(1) 負荷電力を P_L 、電圧を V 、力率を $\cos \theta$ 、負荷電流を I とすると、

$$P_L = \sqrt{3} V I \cos \theta \quad \dots (1)$$

$$\therefore I = \frac{P_L}{\sqrt{3} V \cos \theta} = \frac{4000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6.6 \times 10^3 \times 0.8} = 437.40 \rightarrow I = 437 \text{ [A]} \quad \dots (\text{答})$$

1, 2 号機の出力を各々 P_1, P_2 、電流を I_1, I_2 、力率を $\cos \theta_1, \cos \theta_2$ とすると

$$P_1 = \sqrt{3} V I_1 \cos \theta_1 \quad \dots (2)$$

$$P_2 = \sqrt{3} V I_2 \cos \theta_2 \quad \dots (3)$$

題意より

$$P_1 = P_2 = \frac{P_L}{2} \quad \dots (4)$$

① ② ③ を ④ に代入して

$$\sqrt{3} V I_1 \cos \theta_1 = \sqrt{3} V I_2 \cos \theta_2 = \frac{1}{2} \sqrt{3} V I \cos \theta$$

$$\therefore I_1 \cos \theta_1 = I_2 \cos \theta_2 = \frac{1}{2} I \cos \theta \quad \dots (5)$$

$$I_1 \cos \theta_1 = \frac{1}{2} I \cos \theta \text{ に諸量代入して}$$

$$200 \times \cos \theta_1 = \frac{1}{2} \times 437.40 \times 0.8 = 174.96$$

$$\therefore \cos \theta_1 = 0.87480$$

2 号機について

$$I_2 \cos \theta_2 = \frac{1}{2} I \cos \theta = 174.96 \quad \dots (6)$$

無効電力について

$$I_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2 = I \sin \theta$$

たから 移項して、

1 号機は $\cos \theta_1$ がわかる。
2 号機は $I_2 \cos \theta_2 \dots (6)$ がわかる
ないから
 $\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta_1 \text{ がわかると } \sin \theta_1 \text{ がわかる } \dots (7) \\ \cos \theta_2 \text{ がわかると } \sin \theta_2 \text{ がわかる } \dots (8) \\ I_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2 = I \sin \theta \dots (9) \end{array} \right.$
 $(7)(8)$ より $I_2 \sin \theta_1 \dots (10)$ がわかる
 (10) より I_2 がわかる。
 その結果と (6) より $\cos \theta_2$ がわかる。

同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解く~

(16 / 20)

$$I_2 \sin \theta_2 = I \sin \theta - I_1 \sin \theta_1$$

ここから

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - (0.8)^2} = 0.6$$

$$\sin \theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1} = \sqrt{1 - (0.87480)^2} = 0.48448$$

だから

$$\begin{aligned} I_2 \sin \theta_2 &= 437.40 \times 0.6 - 200 \times 0.48448 \\ &= 165.54 \quad \dots (7) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} I_2 &= \sqrt{(I_2 \cos \theta_2)^2 + (I_2 \sin \theta_2)^2} \\ &= \sqrt{(174.96)^2 + (165.54)^2} \\ &= 240.86 \quad \rightarrow I_2 = 241 \text{ [A]} \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

$$(2) \cos \theta_1 = 0.87480 \text{ より}$$

$$\tan \theta_1 = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta_1} - 1}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{(0.87480)^2} - 1}$$

$$= 0.55382$$

[0.0221]

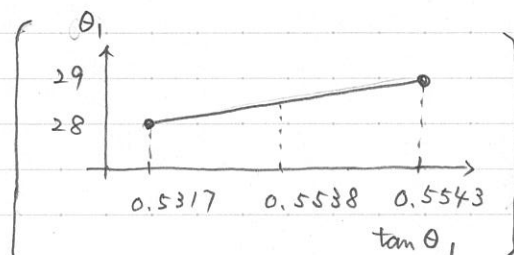
与えられた表より

$$\theta_1 = 28 + \frac{0.5538 - 0.5317}{0.5543 - 0.5317} \quad \dots (*)$$

$$= 28.978 [^\circ] \quad [0.0226]$$

$$\left[\frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta \right]$$

覚えるべき式



また (6) (7) より

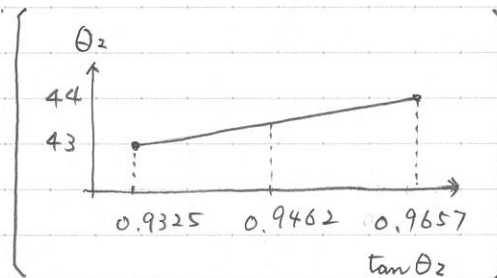
$$\tan \theta_2 = \frac{I_2 \sin \theta_2}{I_2 \cos \theta_2} = \frac{165.54}{174.96} = 0.9462$$

表より

[0.0137]

$$\theta_2 = 43 + \frac{0.9462 - 0.9325}{0.9657 - 0.9325} \quad \dots (*)$$

$$= 43.413 [^\circ] \quad [0.0332]$$



よって 1, 2 号機の電流位相差は

$$\theta_2 - \theta_1 = 43.413 - 28.978 = 14.435$$

$$\rightarrow 14.4 [^\circ] \quad (I_2 \text{ が } I_1 \text{ より遅れ}) \quad \dots (\text{答})$$

同期発電機の並行運転

～ ンクトル図から解くだけなのよ! ～

(17/20)

(3) 1号機, 2号機の無効電力はそれぞれ,

$$Q_1 = \sqrt{3} V I_1 \sin \theta_1 = \sqrt{3} \times 6600 \times 200 \times 0.48448 = 1,107,637 \text{ [Var]}$$

$$\rightarrow Q_1 = 1,110 \text{ [kVar]} \quad \dots \text{ (答)}$$

$$Q_2 = \sqrt{3} V I_2 \sin \theta_2 = \sqrt{3} \times 6600 \times \frac{165.54}{[I_2 \sin \theta_2]} = 1,892,320 \text{ [Var]}$$

$$\rightarrow Q_2 = 1,890 \text{ [kVar]} \quad \dots \text{ (答)}$$

(4) 1相あたりのンクトル図は右図のようになる。求める誘導起電力 E_2 は相電圧であるとして,

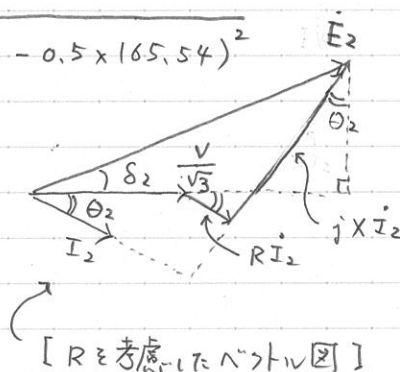
$$E_2 = \sqrt{\left(\frac{V}{\sqrt{3}} + R I_2 \cos \theta_2 + X I_2 \sin \theta_2 \right)^2 + \left(X I_2 \cos \theta_2 - R I_2 \sin \theta_2 \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{6600}{\sqrt{3}} + 0.5 \times 174.96 + 15 \times \frac{165.54}{[I_2 \sin \theta_2]} \right)^2 + \left(15 \times 174.96 - 0.5 \times 165.54 \right)^2}$$

$$= \sqrt{(6381.2)^2 + (2541.6)^2}$$

$$= 6868.7 \text{ [V]}$$

$$\rightarrow E_2 = 6.87 \text{ [kV]} \quad \dots \text{ (答)}$$

負荷角 δ_2 は ンクトル図より

$$\tan \delta_2 = \frac{X I_2 \cos \theta_2 - R I_2 \sin \theta_2}{\frac{V}{\sqrt{3}} + R I_2 \cos \theta_2 + X I_2 \sin \theta_2}$$

$$= \frac{2541.6}{6381.2}$$

$$= 0.3983$$

換算表より

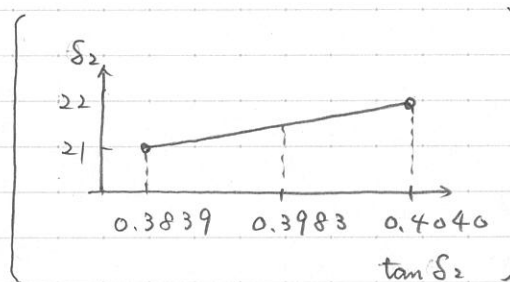
[0.0144]

$$\delta_2 = 21 + \frac{0.3983 - 0.3839}{0.4040 - 0.3839} \quad \dots (*)$$

$$= 21.716 \quad [0.0201]$$

$$\rightarrow \delta_2 = 21.7 [^\circ] \quad \dots \text{ (答)}$$

解答は以上である。



実はこの時代は関数電卓が
持ちこたえて、(*)は電卓で
計算できた。

せっかくなので 1号機についても 2号機同様の同期インピーダンス $0.5 + j15$ として E_1, δ_1 を求めてみる。

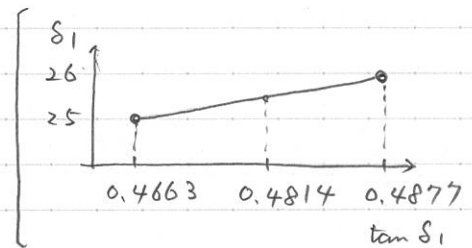
同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くというわけだ~

(18/20)

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \sqrt{\left(\frac{V}{\sqrt{3}} + RI_1 \cos \theta_1 + XI_1 \sin \theta_1\right)^2 + \left(XI_1 \cos \theta_1 - RI_1 \sin \theta_1\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{6600}{\sqrt{3}} + 0.5 \times 174.96 + 15 \times 200 \times 0.48448\right)^2 + \left(15 \times 174.96 - 0.5 \times 200 \times 0.48448\right)^2} \\
 &= \sqrt{(5351.5)^2 + (2576.0)^2} \\
 &= 5939.2
 \end{aligned}$$

$$\therefore E_1 = 5.94 \text{ [kV]} \quad 10.287 \text{ [V]} \rightarrow E_1 = 10.35 \text{ [V]}$$

$$\begin{aligned}
 \tan \delta_1 &= \frac{XI_1 \cos \theta_1 - RI_1 \sin \theta_1}{\frac{V}{\sqrt{3}} + RI_1 \cos \theta_1 + XI_1 \sin \theta_1} \\
 &= \frac{2576.0}{5351.5} \\
 &= 0.4814 \quad [0.0151]
 \end{aligned}$$



$$\therefore \delta_1 = 25 + \frac{0.4814 - 0.4663}{0.4877 - 0.4663} = 25.706 \rightarrow \delta_1 = 25.7 [^\circ]$$

[0.0214]

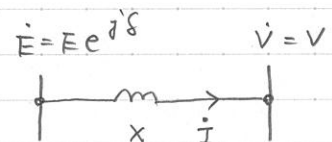
$\delta_2 = 21.7 [^\circ]$ であるから $\delta_1 \neq \delta_2$ で同期運転している。

以上で過去問5問の紹介は終わるが、気になるのが、H25年の問題分中の「同期化により E_A, E_B は同位相になった」H18年の問題中の「同期化電流のため E_A, E_B は同相になるものとする」と記載しているところ。

R6年、H30年の問題では単に「 E_A と E_B が同位相になるように操作した」とある。

ある点とある点の間に位相差があると電流が流れる。

$$\begin{aligned}
 \vec{i} &= \frac{E e^{j\delta} - V}{jX} = \frac{E(\cos \delta + j \sin \delta) - V}{jX} \\
 &= \frac{E \sin \delta - j(E \cos \delta - V)}{X}
 \end{aligned}$$



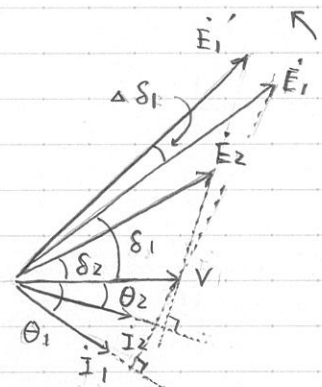
有効電力は

$$P = \operatorname{Re}[\vec{V} \vec{i}] = \frac{EV}{X} \sin \delta$$

発電機の出力を増やそうと機械的の入力を増すと、まず加速し V に対して δ が広がる (右図の $\vec{E}_1 \rightarrow \vec{E}_1'$)

δ が広がることで電圧の差 $(\vec{E}_1 - \vec{V})$ が大きくなり、電流、ひいては電気的出力も増加する。

発電機の内部誘起電圧と母線電圧の間にはこの電気出力に応じてそれぞれ異なった δ を保持する。



～ハクトウ図から解くだけなのだから～

(19/20)

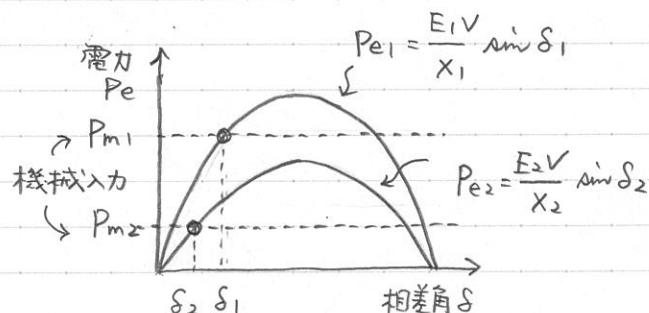
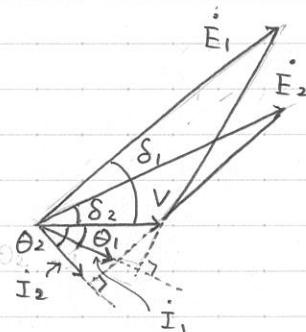
【よくみる説明】

I_c
 E_1
 $E_1 - E_2$
 E_2

リアクトランスは考慮しないので I_c は $E_1 - E_2$ に対し 79° 遅れ

これを「読むと常に E_1 と E_2 は同相になるように読めようかもしれない」、 E_1 と E_2 が同相で、運動中であるという仮定のもとでの話である。

The diagram shows two AC voltage sources, $E_1 e^{j\delta_1}$ and $E_2 e^{j\delta_2}$, each in series with an internal impedance X_1 and X_2 respectively. These are connected to a common busbar at voltage V . The power injected by each machine into the busbar is P_{e1} and P_{e2} . The total power injected into the busbar is P_e .



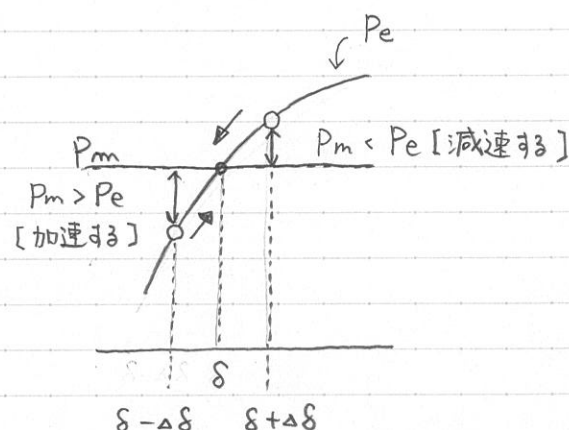
相差角 δ の回転中 何3つの拍子にも $\delta + \Delta\delta$ に

機械入力 $P_m <$ 電気出力 P_e

$$\delta - \Delta \delta \text{ 12 } T_2, T_2 \text{ とあると}$$

機械入力 $P_m >$ 電気出力 P_e

312 $P_m = P_e$ と 723 δ に 落 374 α



同期発電機の並行運転 ~ベクトル図から解くだけなのだが~

(20/20)

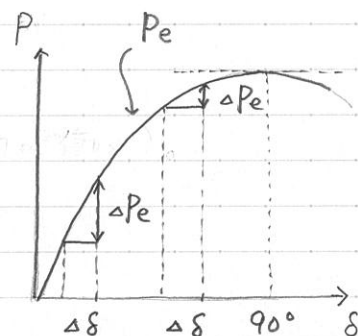
E_1 からみると 並列する E_2 に対してというより系統電圧 V に対して同期を保とうとしている。

$\Delta\delta$ に対する 入出力エネルギーの差, つまり

$$\frac{P_e(\delta + \Delta\delta) - P_e(\delta)}{\Delta\delta}$$

が大きい程 引き戻す力が大きいと言える (小さな $\Delta\delta$ で大きい力が働く)。

そして P_e の形状から, δ が小さい程 その力は大きく, $\delta = 90^\circ$ では 0 になってしまう。



これは

$$\frac{dP_e}{d\delta} = \frac{d}{d\delta} \left(\frac{EV}{X} \sin\delta \right) = \frac{EV}{X} \cos\delta \quad \left[\begin{array}{l} \delta = 0 \text{ 则 } \cos\delta = 1 \\ \delta = 90^\circ \text{ 则 } \cos\delta = 0 \end{array} \right]$$

となることからわかる。

P19の冒頭で「 E_1, E_2 が同相になるのは意図的に操作してできることであり, ...」と述べたが, 実際には無理である。界磁電流により作られた磁束に, 電機子反作用による磁束が加えられた後 端子電圧として現れるので 内部誘起電圧は直接計測することはできない。

無理やり求めようとするならば, 計測可能な母線電圧, 電流, 力率と, 工場試験で得られるインピーダンスアークを用いて 内部誘起電圧の大きさを求める。そしてその内部誘起電圧, 母線電圧, インピーダンス, 有効電力を用いて

$$P = \frac{EV}{X} \sin\delta$$

から 各々の母線に対する相差角 δ を求め, 2機の δ が一致するようにガバナを操作するというステップになると思う。

これ, その操作そのものは何のための操作なのか。

関数電卓を使用しないで解ける問題として成立させるために, たまたま一致した状態について問うているのだと思う。

