回転しないための条件が分かる

これまでは，物体の大きさや形を考慮していませんでした。しかし，…

物体の大きさを考慮すると，力を加える場所によって物体は回転しようとします。

ここでは，物体に力を加えたとき，回転せずに止まるための条件について学習します。

扱う物体は，主に「**棒**」です。

「おもりの数×点Oからの距離」が点Oの右と左で等しくなるとバランスがとれる。

図1

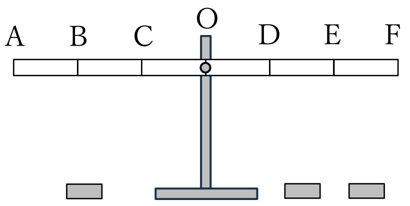


図2

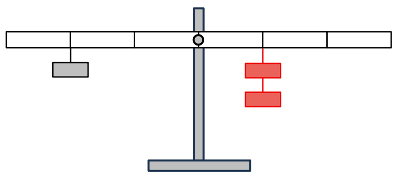
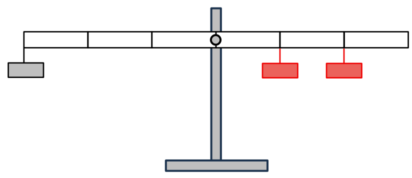


図3



ＡＢの長さを１として，　１個×２＝２個×１　１個×３＝１個×１＋１個×２

図１のように，点Ｏのまわりに回転できる棒があります。この棒の点 A～F に同じ質量のおもりを３個吊してバランスをとります。AB=BC=CO=OD=DE=EF です。図２，図３のとき，D，E，F のいずれかに残り２個のおもりを吊すことにします。同じ点に２個吊してもかまいません。どこに吊すとバランスがとれるか図示してください。

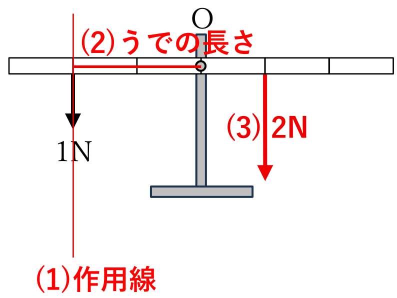
● 力のモーメント

図２の結果を用いて，**物体（棒）が回転しない条件を考えましょう。**

物体に力を加えたとき，回転させようとする作用を「力の（ **モーメント** ）」といい，次のように定義します。

力の（ モーメント ）＝　力　×　うでの長さ

図4



(4)1N×2m ＝ 2N×1m

「うでの長さ」は，次のようになります。

① 回転を考える点を選ぶ（**どこでもよい**）

② 力の作用線を描く

③ ①の点から作用線に垂直な線を描く　**この線の長さが「うでの長さ」となる！**

力のモーメントは，①の点に対し「左回り（反時計回り）」と「右回り（時計回り）」がある。

物体が回転しないとき，**『左回りの力のモーメント』＝『右回りの力のモーメント』**となる。

これが，物体が回転しない条件で，「**力のモーメントのつり合いの式**」という。

問　(1) 図４に 1N の力の作用線を描け。1N の力は棒に垂直とする。

(2) 図４に点 O から 1N の力までのうでの長さを描け。

(3) 棒が回転しないように 2N の力を加えた。加えた力を矢印で描け。

(4) 図の棒に示した一区画の長さを 1m として，力のモーメントのつり合いの式を書け。

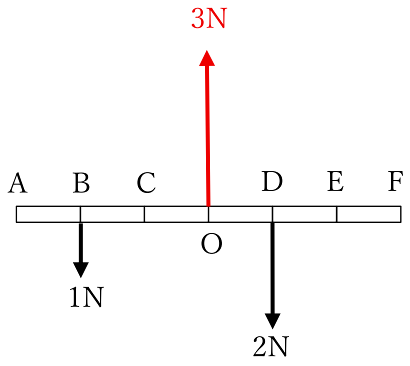
問　「うでの長さ」の説明で，　①　回転を考える点を選ぶ（**どこでもよい**）といったが，点 O 以外の点を選んで「力のモーメントのつり合いの式」をたてよ。棒の質量は無視できるとする。

【解答】

まず，図 1 に示した点 A～F のうち、どこでもいいので選んでください。　点（　**B**　）の場合

前問で，1N，2N の力が求まっているので，図 4 に描いたこの 2 つの力はそのままにします。

でもこの 2 つの力はどちらも下向きです。棒が止まっているためには，（　**上**　）向きで，大きさが（　**3N**　）の力が必要です。この力が作用している点は明らかに点（　**O**　）ですね。この力を右図に描いてください。これら 3 つの力を考慮して，「力のモーメントのつり合いの式」は，



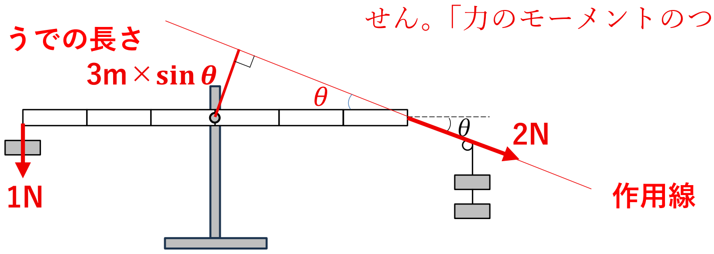
（　　　　**3N×2m**　　　　）＝（　　　　**2N×3m**　　　　）

となります。　1N の力は 1N×0m となり，上の式に出てきません。

問　図 5 のように，バランスがとれているとき，角 θ は何度か。

回転を考える点を支点にすると，支点にはたらく力は式に出てきません。「力のモーメントのつり合いの式」は次のようになります。

図 5



$$1\mathrm{N}\times 3\mathrm{m} = 2\mathrm{N}\times (3\mathrm{m}\times \sin\theta)$$

$$\sin\theta = 0.5$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

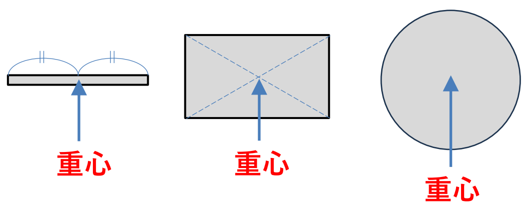
●　重心

物体の質量がすべて集まっていると考えることができる点を（　重心　）といいます。

（　**重心**　）で物体を支えると，物体を回転させず，静止させることができます。

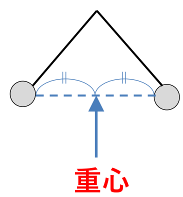
「一様な物体」という表現がよく出てきます。「一様」とは，特に重い部分や軽い部分がないということです。

一様な「棒」，一様な「長方形の板」，一様な「円形の板」，一様な「直方体」，一様な「球」などが問題で出てきたときは，「**重心**」はその図形の「**中心**」にあると考えます。

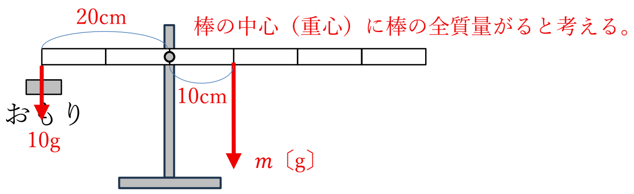


【注意】　物体を糸で吊すと，重心は吊した点の真下にきます。

右図の「やじろべえ」のように，重心が物体上にない場合もあります。



問　これまで，おもりを吊す棒の質量を無視してきたが，実際には質量がある。図のように棒の中心からはずれたところで支えたときを考えてみよう。一様な棒とすると，棒の全質量が中心にあると考えなければならない。長さ 60cm の一様な棒を，図のように左端から 20cm の所で支えてある。この棒の左端に 10 g のおもりを吊すとバランスがとれた。この棒の質量は何 g か。



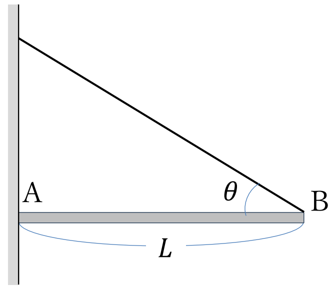
棒の質量を m〔g〕とすると，支点のまわりの「力のモーメントのつり合いの式」は，

$10\text{g}\times 20\text{cm} = m \times 10\text{cm}$　∴ m ＝ **20g**

$$10\times\frac{9.8}{1000}\text{N}\times 20\times\frac{1}{100}\text{m} = m\times\frac{9.8}{1000}\text{N}\times 10\times\frac{1}{100}\text{m}$$

にする必要はない。

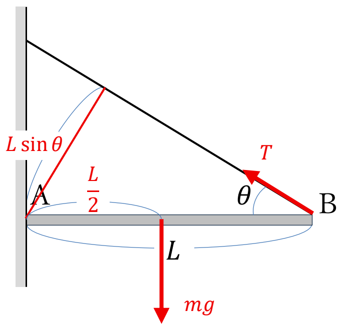
問　摩擦のある鉛直な壁に，長さ L，質量 m の一様な棒 AB を押しあて，右端 B と壁の間を糸で結び，棒を水平にする。糸と棒の間の角度を θ，重力加速度の大きさを g とする。



(1) A 点のまわりの力のモーメントのつり合いを考えて，糸の張力を求めよ。

(2) 棒が壁から受ける垂直抗力と，静止摩擦力を求めよ。

(1)

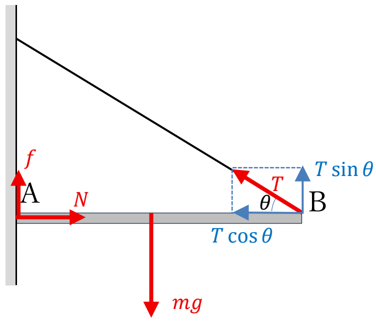


糸の張力を T とする。張力の作用線は糸と同じなので，A 点から糸に垂線を描く。これが張力の「うでの長さ」となる。左図のようにこの長さは $L\sin\theta$ である。重力 mg は棒の中心に働いていると考えることができ，うでの長さは $\frac{L}{2}$ となる。

したがって，とからのモーメントのつり合いの式は，

$$T\times L\sin\theta = mg\times\frac{L}{2}\qquad \therefore T = \frac{mg}{2\sin\theta}$$

(2)



左図のように，垂直抗力を N，静止摩擦力を f とする。

ここでは，水平方向と鉛直方向の「力のつりあい」の式を立てる。

水平方向　$N = T\cos\theta \qquad \therefore N = \dfrac{mg\cos\theta}{2\sin\theta}$

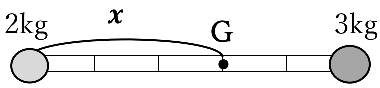
鉛直方向　$f + T\sin\theta = mg \qquad \therefore f = \dfrac{mg}{2}$

● 一様でない物体

一様でない物体の場合は，次のように解く。

問　5m の長さの軽い棒（軽いという表現があるときは棒の質量が無視できる）の両端に，図のように質量 2kg と 3kg のおもりをつけたものを 1 つの物体と考える。

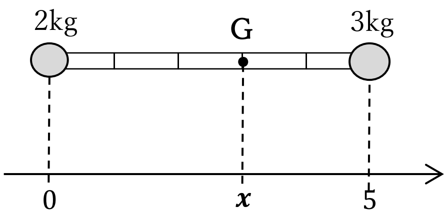
この物体の重心 G の位置を求めよ。



【解】図の左端から重心 G までの距離を x とする。重心のまわりの力のモーメントはつり合うから，

$2\times$（ x ）$=3\times$（ $(5-x)$ ）　∴ $x=$（ **3** ）m

【別解】

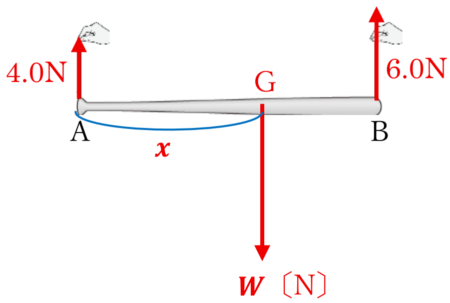


$$(\text{重心の座標})=\frac{(\text{質量}\times\text{座標})\text{の和}}{(\text{質量})\text{の和}}$$ より，

$$x=\frac{2\times(\ 0\ )+3\times(\ 5\ )}{2+3}=(\ \mathbf{3}\ )\ \mathrm{m}$$

問　長さが 0.90 m のバットの両端を持って，バットが水平になるようにした。このとき，図のように端 A に 4.0N，反対側の端 B に 6.0N の力が必要であった。

バットの重さは何 N か。また，このバットの重心は端 A からどれだけのところにあるか。



バットの重さを W〔N〕とする。

力のつり合いより，W ＝ 4.0N＋6.0N ＝ **10.0N**

重心の位置を端Aから x〔m〕とする。

端Aのまわりの力のモーメントのつり合いより，6.0N×0.90m ＝ 10.0N × x　∴ x ＝ **0.54m**