

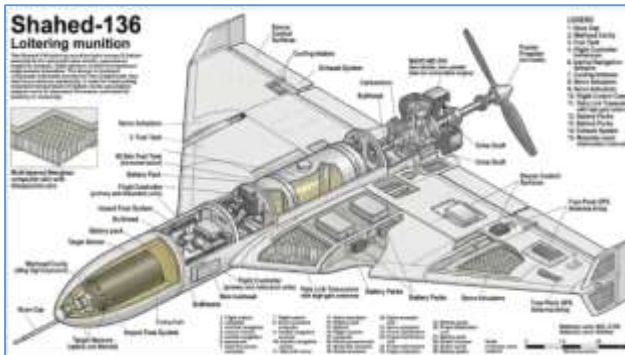
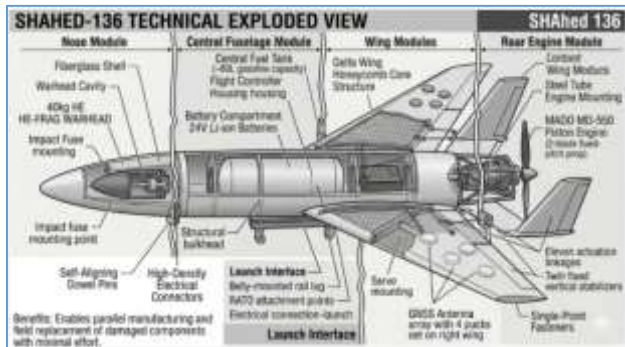
資料-2

ロシアの攻撃用ドローンShahed136の分析と スワーム攻防解析について: 数学的モデルと解析

ASPI-F-3勉強会A 資料-2

齊藤 英明

Shahd-136の構造と概略性能：低価格ミサイル様ドローン



Shahed 136 Drone: Complete Mechanical Engineering Breakdown

By Saikrishna / April 12, 2026

<https://mechconcepts.tech/shahed-136-drone-mechanical-engineering/>

Shahed-136 の機体形状は：

- デルタ翼（2.5 m）＋細長い胴体（3.5 m）＋逆 V 尾翼
- 後部プッシャー式プロペラ
- 前方に大型弾頭、中央に燃料タンク
- 低コスト素材で構成された簡素な構造
- 長距離巡航に必要な $L/D \approx 10-12$ を達成

Calculation verification

- Fuel mass: 40 kg gasoline
- Specific fuel consumption: 0.3 kg/kWh (realistic for small engines)
- Cruise power required: ~ 18 kW (25 HP)
- Endurance: $40 / (18 \times 0.3) = 7.4$ hours
- Range: $7.4 \text{ h} \times 185 \text{ km/h} = 1,369 \text{ km}$

To achieve 2,500 km, design likely includes:

- Extended fuel capacity (60-70 kg)
- Optimized cruise at 150 km/h (lower power setting)
- Improved engine efficiency (0.25 kg/kWh)

Installation Layout

Pusher Configuration:

- Engine mounted at rear, thrust line through CG
- Propeller: 2-blade, fixed-pitch, ~ 1.2 m diameter
- Direct drive (no gearbox) — reduces failure points
- Steel tube mount frame bolted to wing spar carry-through

Cooling System:

- Ram air intake (NACA duct or simple scoop)
- Baffled cylinder fins
- Exhaust heat shielding (fiberglass wrap)

Vibration Isolation:

- Rubber mounts between engine frame and wing structure
- Prevents fatigue cracking in composite airframe
- Mass balancing of reciprocating components

性能推定の実施:

空力・航続モデル(Shahed 系 UAV の推定モデル)

1. モデル化の前提(パラメータ)

本モデルは、Shahed-136 に類似した固定翼 UAV を想定し、以下の物理量を用いる。

- 重量: $W = mg$
- 翼面積: S
- 揚力係数: C_L
- 抗力係数: C_D
- 空気密度: ρ
- 飛行速度: V
- 揚抗比: $\frac{L}{D}$
- 比燃料消費率(プロペラ機): c
- 初期重量: W_i
(乾燥重量: W_{dry} + 燃料重量: W_{fuel})
- 最終重量: W_f
(乾燥重量: W_{dry})
- 典型値(推定)
- 質量: 200 kg
- 翼面積: 2.5 m²
- 巡航速度: 50–70 m/s
- 揚抗比: 8–12
- 燃料比: 25–35%
- プロペラ効率: 0.7–0.85

2. Breguet 航続方程式(プロペラ機)

航続距離 R

$$R = \frac{\eta_p}{c} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V}{g} \cdot \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right)$$

ここで

- η_p : プロペラ効率 c : 比燃料消費率
- L/D : 揚抗比 V : 巡航速度
- W_i/W_f : 初期重量と最終重量の比
燃料比から

$$\frac{W_i}{W_f} = 1 + \frac{W_{fuel}}{W_{dry}}$$

3. 揚力・抗力モデル

定常水平飛行では揚力が重量に等しい。

$$C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

抗力係数は

$$C_D = C_{D0} + k C_L^2$$

揚抗比は

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D}$$

Shahed 系 UAV の性能推定 思考過程

仮置き条件

計算条件 (最も保守的条件)

乾燥質量 (W_{dry}): 150.0 kg

燃料質量 (W_{fuel}): 70.0 kg

空気密度 (ρ): 0.9 kg/m³

速度 (V): 60.0 m/s

翼面積 (S): 2.5 m²

ゼロ揚力抗力係数 (CD_0): 0.03

誘導抗力係数 (k): 0.05

推進効率 (η_p): 0.8

燃料消費率 (c): 1/9000.0 (1/s)

結果:

揚力係数 (CL) = 0.533

抗力係数 (CD) = 0.044

揚抗比 (L/D) = 12.06

航続距離 (Range) $\approx$ 203.3 km

空力はそれなりに妥当だが、「燃料比・比燃料消費率・速度」の設定が保守的すぎて、航続距離が実機想定より短く出ている



「燃料搭載量が少なめ」
「エンジンの燃費もそこまで良くない」
という前提に成っている

改善 ; 燃料比をもっと増やす
燃費を良くする

乾燥質量を120kg、燃料質量を100kg、比燃料消費率 c を1/15000、速度 V を70m/s

揚力係数 (CL) = 0.392 抗力係数 (CD) = 0.038 揚抗比 (L/D) = 10.39

航続距離 (Range) $\approx$ 539.5 km

再検討

航続距離を 2,000 km とすると、
540 km からは数倍異なる

$$\frac{2000}{540} \approx 3.7$$

検討:

航続距離R 203 km は、公開情報 (およそ 1,500–2,500 km クラス) と比べると明らかに短すぎる。

Shahed-136 : 公開された航続距離Rを達成できる推定機体諸元まとめ

$$R \propto \underbrace{\frac{\eta_p}{c}}_{\text{燃費}} \cdot \underbrace{\frac{L}{D}}_{\text{空力}} \cdot \underbrace{V}_{\text{速度}} \cdot \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)_{\text{燃料比}}$$

航続距離の向上:
この4つのどれをどれだけ
動かすかの設計問題

質量構成 (Mass Breakdown)

項目	値	コメント
乾燥質量(構造+弾頭+エンジン+電子機器)	100 kg	Shahed の公開推定値(80–120 kg)と整合
燃料質量	150 kg	非常に燃料リッチな設計(燃料比が航続の鍵)
離陸質量	250 kg	公開推定(200–250 kg)と一致
燃料比 W_i/W_f	2.5	航続距離を決める最重要パラメータ
$\ln(W_i/W_f)$	0.916	Breguet 式の燃料項

Shahed は「燃料タンクの塊」と言われるほど燃料比が高い

空力特性 (Aerodynamics)

項目	値	コメント
翼面積 S	2.5 m ²	Shahed の実測写真から妥当
空気密度 ρ	0.9 kg/m ³	低～中高度巡航を想定
揚力係数 C_L	0.42	最適巡航時の計算値
抗力係数 C_D	0.038	$C_D0 + kC_L^2$ モデルから算出
揚抗比 L/D	11.08	小型固定翼 UAV として十分高い

Shahed-136 : 公開された航続距離Rを達成できる推定機体諸元まとめ

推進・燃費 (Propulsion & Fuel Efficiency)

項目	値	コメント
プロペラ効率 η_p	0.8	2 枚プロペラの典型値
比燃料消費率 c	$1/20000 \text{ s}^{-1}$	時間スケール ≈ 5.6 時間
エンジン種別	MD550/MD560 系コピー (推定)	公開情報と一致

最適巡航条件 (Optimal Cruise Condition)

項目	値
最適巡航速度 V_{opt}	76 m/s (約 274 km/h)
航続距離 R	2110 km
飛行時間 T	約 7.7 時間
CL	0.42
CD	0.038
L/D	11.08

実機は 60–70 m/s で飛ぶが、燃費・空力の最適点は 75 m/s 付近にある可能性が高い。

公開情報から見たshahed-136の誘導・航法方式の特徴

公開情報を総合すると、Shahed-136 の誘導・航法は、「商用グレード INS + GNSS (GPS/GLONASS) による事前プログラム飛行」が基本

- ・ 誘導方式:

- 商用グレードの INS (慣性航法装置) + GNSS (GPS/GLONASS) ハイブリッド
- 目標座標 (緯度・経度・高度) を事前入力し、ウェイポイント列を順次追従
- 多くの運用では「発射→自律飛行→目標座標で突入」という

疑似巡航ミサイルのプロファイル

- ・ 通信・更新:

- 一部機体は「商用デジタル通信モジュール」を搭載し、目標座標の更新・変更が可能とされる
- ただし、ウクライナで回収された機体の多くは、リアルタイム映像伝送や高度な遠隔操縦機能は持たないと報告されている

- ・ GNSS 種別:

- 初期は GLONASS 依存が強い構成
- 近年は GPS/GLONASS/BeiDou など複数システムを利用する派生型も指摘されている

Shahed が 2000 km 飛んだときの着弾誤差解析モデル

簡略数理モデル

状態ベクトル

機体の 2D 平面運動（地表近似）に絞ると、状態ベクトルを下記とする

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ v(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix}$$

- x, y : 地表座標（東・北方向） v : 対地速度 ψ : 機体のヨー角（進行方向）

運動モデル（INS による自己推定）

INS による連続時間モデル（簡略化）は

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \psi, \dot{y} = v \sin \psi, \\ \dot{v} &= a + w_v, \dot{\psi} = \omega + w_\psi \end{aligned}$$

- a : 加速度センサからの推定加速度 ω : ジャイロからの推定角速度
- w_v, w_ψ : センサ雑音・バイアスを含む誤差項

INS 誤差成長モデル

INS の位置誤差 $\delta x, \delta y$ は、ジャイロ・加速度計のバイアス・ノイズにより、概ね「ランダムウォーク＋ドリフト」として時間に比例して増大すると近似できる。

$$\sigma_{\text{INS}}(t) \approx \sqrt{\sigma_0^2 + (k_{\text{drift}} t)^2}$$

- $\sigma_{\text{INS}}(t)$: 時刻 t における位置誤差の標準偏差 σ_0 : 初期アラインメント誤差
- k_{drift} : INS のドリフト係数（[m/s] など）

注（商用グレード INS では、数時間飛行すると数百 m～数 km の誤差が生じ得る） 8

Shahed が 2000 km 飛んだときの着弾誤差解析モデル

GNSS 補正とハイブリッド誘導

Shahed-136 は、INS の誤差成長を GNSS で周期的に補正する構成と考えられている

GNSS 観測モデル

GNSS による位置観測を、以下とする。

$$z_{\text{GNSS}}(t_k) = \begin{bmatrix} x(t_k) \\ y(t_k) \end{bmatrix} + v_k$$

- t_k : GNSS 更新時刻
- v_k : GNSS 観測ノイズ (標準偏差 σ_{GNSS})

カルマンフィルタ統合

INS と GNSS を統合する簡略モデルとして、離散時間カルマンフィルタの更新則を用いると：

- 予測ステップ (INS による状態推定)
- 更新ステップ (GNSS による位置補正)

により、INS のドリフトを GNSS が定期的にリセットする構造になる

終末誘導と CEP モデル

CEP を、INS 誤差と GNSS 誤差の合成として

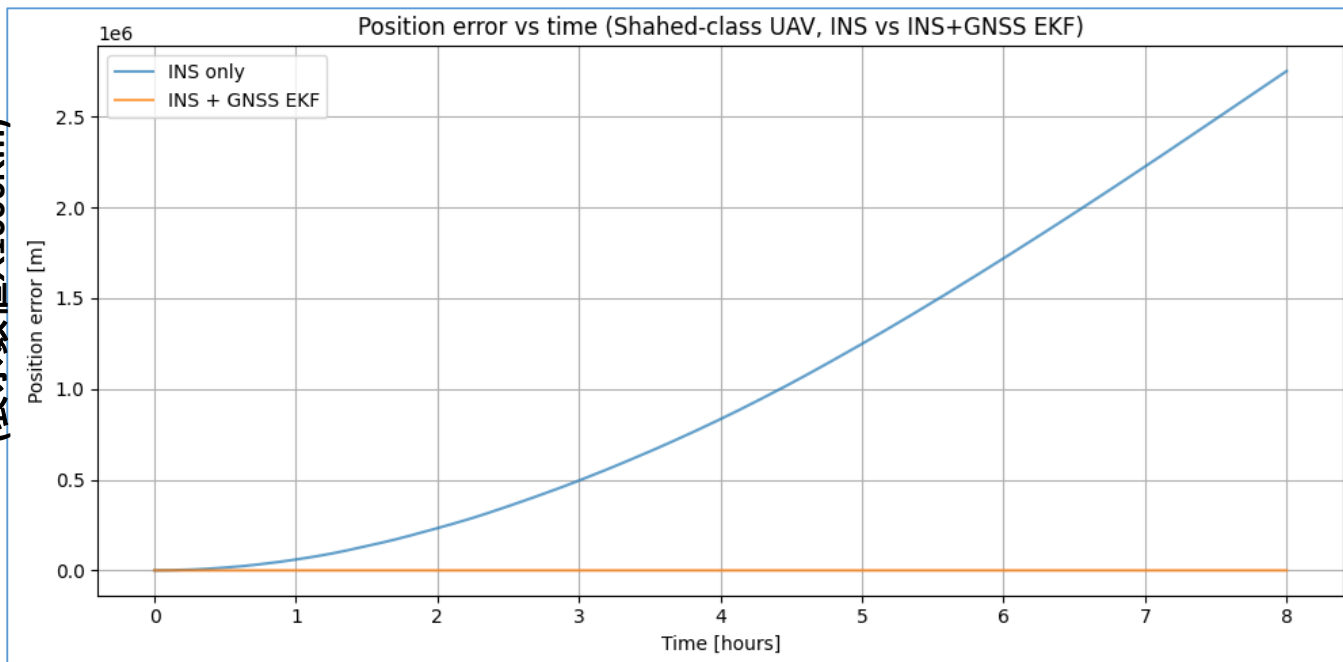
$$\text{CEP} \approx \sqrt{\sigma_{\text{INS}}^2(T) + \sigma_{\text{GNSS}}^2}$$

と近似すると、飛行時間 T が長くなるほど INS 誤差が支配的になるが、GNSS 更新周期を短くすれば $\sigma_{\text{INS}}(T)$ を抑制できる

(公開情報では、Shahed-136 は主に「静的・大型目標 (倉庫・変電所・ビル等)」を狙うため、数十 m ～ 数百 m 程度の CEP (円形誤差半径) で十分とされる)

Shahed が 2000 km 飛んだときの着弾誤差分布解析 結果

着弾位置誤差
(表示数値×1000m)



飛行時間 (Hour)

INSとGNSS を適切なカルマンフィルタ処理で長時間の飛行においても位置誤差を効果的に抑制し、高精度な航法が可能になることを明確

- ・総飛行時間 (Time [hours]) : 8 時間
- ・着弾位置誤差 : UAVの真の位置と、INS単独、またはINS+GNSS EKFで推定された位置との間の距離誤差(メートル単位)を示す
- ・青色の線 : INS単独での位置誤差を表す
(時間の経過とともにセンサーのバイアスやノイズが蓄積するため、誤差が急速に増加していることがわかります。8時間後には、位置誤差が数百万メートル(数千km)に達して実用に供さない
- ・オレンジ色の線 : INSとGNSSのデータをEKFで統合した場合の位置誤差を表す
(GNSSが一定周期(30秒ごと)で位置情報を更新するため、INS単独の場合とは異なり、誤差の蓄積が抑制され、比較的低い値(数メートル~十数メートル程度)に収まっている

群攻撃（スウォーム）モデル：攻撃側（Shahed 群）

単機でここまで整理した前提を、そのまま各機体にコピーする：

- ・ 巡航速度： $V \approx 76 \text{ m/s}$ 航続距離： $R \approx 2100 \text{ km}$ 飛行時間： $T \approx 7.7 \text{ h}$
- ・ 誘導：INS+GNSS による事前プログラム飛行（直線 or 折れ線経路）
- ・ CEP：数十～数百 m クラス（ここでは「命中判定」の確率モデルに吸収）

これを $i = 1, \dots, N$ 機に対してコピーし、

- ・ 発射時刻 ・ 経路長 ・ 経路方向 ・ 生残／撃墜
- だけを機体ごとに変える。

各機のパラメータ

機体 i について：

- ・ 発射時刻： $t_{0,i}$
- ・ 経路長（総飛行距離）： D_i
- ・ 巡航速度： V_i （基本は $76 \text{ m/s} \pm$ ばらつき）
- ・ 飛行時間： $T_i = \frac{D_i}{V_i}$
- ・ 目標到達時刻： $t_{\text{arr},i} = t_{0,i} + T_i$

群としての到達パターン

群攻撃の「密度」を見るために、目標周辺における到達時刻の分布を考える

- ・ 到達時刻集合： $\{t_{\text{arr},i}\}_{i=1}^N$

（これを時間軸上でヒストグラム化すると、「何秒あたり何機が到達するか」＝飽和度が見える）

群攻撃（スウォーム）モデル：攻撃側（シャヘド群）（続き）

発射スケジュールと経路のモデル化

発射時刻のモデル

- ・ 同時発射型：

$$t_{0,i} = t_0$$

- ・ 時間分散型（ポアソン過程近似）：

$$t_{0,i} \sim \text{Poisson-like} / \text{一様分布}$$

経路長のモデル

複数の発射地点・迂回経路を考慮して、経路長 D_i を以下とする

$$D_i = D_0 + \delta D_i$$

- ・ D_0 ：代表的な距離（例：1500 km）
- ・ δD_i ：経路差・回避行動によるばらつき

防空システムのモデル

防空システムの処理能力

防空側が、単位時間あたり最大 μ 機まで迎撃可能とする。

- ・ 時刻 t に到達する攻撃機数： $\lambda(t)$
- ・ もし $\lambda(t) \leq \mu$ なら、理論上は全機迎撃可能
- ・ $\lambda(t) > \mu$ なら、

$$\text{突破機数} \approx \lambda(t) - \mu$$

個々の機体の生存確率

機体 i の生存（目標到達）を確率的に

$$P_{\text{surv},i} = \exp\left(-\int_0^{T_i} \alpha(t) dt\right)$$

と置くこともできるが、ここでは簡略化して「時間帯ごとの迎撃能力」で近似する。

解析方法

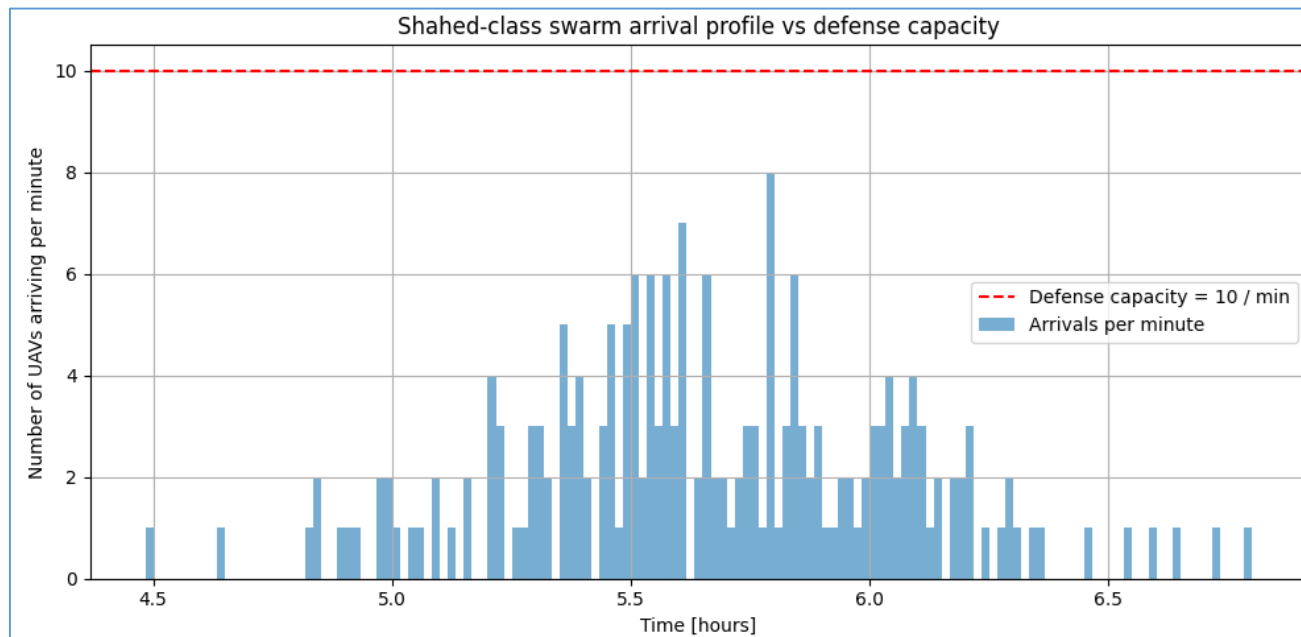
スウォーム・シミュレーション

- ・ N 機の Shahed を発射
- ・ 発射時刻・経路長・速度にばらつきを与える
- ・ 到達時刻のヒストグラムを描き、防空側の処理能力 μ と比較する。

計算条件: 200機のシャド攻撃: 迎撃側 1分当たり10機を迎撃できるとするモデル

- 機数 (N) : 200機
- 平均巡航速度 (V_{mean}) : 76.0 m/s (約273.6 km/h) と、2.0 m/sのばらつき
- 平均経路長 (D_{mean}) : 1500 km と、100 kmのばらつき
- 発射時刻のばらつき ($t0_{\text{spread}}$) : 30分 (1800秒) の範囲で各UAVが発射
- 防空側の処理能力 ($\mu_{\text{per_min}}$) : 1分あたり10機

各1分間隔で目標に到達するUAV数



UAVが目標に到達する時刻

最も多いピークでは、1分間に8機程度が到達しており、防空能力の10機には達していないが、これは現在のランダムシードによるもので、パラメータ調整によってはさらに高い集中度を示す可能性がある。この結果は、スウォーム攻撃の有効性を評価する上で重要な情報となる。

青色の棒グラフ: 200機のUAVの到達時刻の分布を表す

赤色の破線: 防空システムが1分間に迎撃できるUAVの最大数を示す

「飽和攻撃」となるの可能性がある

防空側の迎撃最適化モデルの作成

攻守の考え方

攻撃側： Shahed クラス UAV が N 機、到達時刻分布 $\lambda(t)$ を持って目標に殺到

防空側： 迎撃手段（SAM、SHORAD、CIWS 等）を複数保有し、「突破機数を最小化」

あるいは「重要目標への命中確率を最小化」したい

検討の進め方

単一目標・単一防空サイトの最適化モデルを作り、その後に多目標・多サイトへの拡張の形で整理する

以下の数学的解析モデルは参考資料として、巻末に移す

攻撃側到達プロファイル

防空側の迎撃能力

突破機数と目的関数

総迎撃リソース制約

最適化の直感的解

多層防空の数学的扱い

シミュレーションで検討すべき関数（目的と制約）

多目標への配分（重要度付き）

防空側最適化の結果

このシミュレーションは、200機のShahed型UAVによるスウォーム攻撃に対して、多層防空システムがどのように迎撃を行い、どの程度のUAVが突破されるかを評価したもの

シミュレーションの概要と設定:

- **攻撃側スウォーム:**
 - 総機数: 200機。
 - 平均巡航速度: 76.0 m/s、平均経路長: 1500 km で、それぞれにばらつきがある
 - 発射時刻は30分（1800秒）の幅で分散されている
- **防空システム:**
 - Layer1_SAM（長距離地对空ミサイル）: 殺傷確率 (pk) 0.8、総弾数 120発
 - Layer2_SHORAD（中距離短距離防空システム）: 殺傷確率 (pk) 0.6、総弾数 150発
 - Layer3_CIWS（近接防御火器システム）: 殺傷確率 (pk) 0.4、総弾数 200

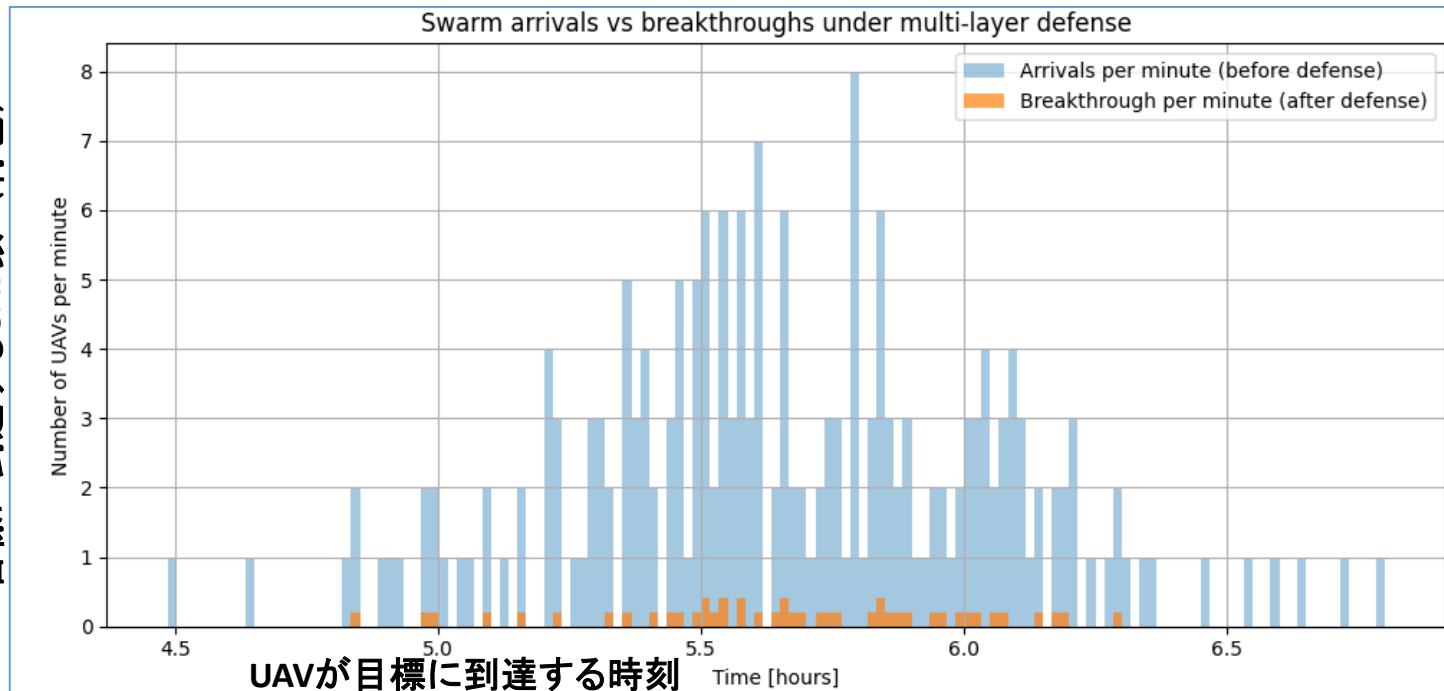
迎撃の順番

- Layer1_SAM (長距離SAM): 最初に迎撃を行う。
 - Layer2_SHORAD (中距離SHORAD): 次に迎撃を行う。
 - Layer3_CIWS (近距離CIWS): 最後に迎撃を行う。
 - これは、各層が前の層を突破した残りのUAVに対して「貪欲な」迎撃配分アルゴリズムを適用するためとする。それぞれの迎撃距離は、考慮していない。
- **迎撃戦略:** 各防空層は、UAVの到達数が最も多い時間帯（ビン）から優先的に弾薬を割り当てる「Greedy（貪欲）アルゴリズム」で迎撃を行う
これは、最も脅威が高いと思われる時間帯にリソースを集中させる戦略に相当する

結果：防空システムがある場合とない場合の一分毎の目標到達機数

コード: 3層防空の到来時間履歴と撃墜数の統計処理

各1分間隔で迎撃システムがない条件下で
目標に到達するUAV数 (青色)



各1分間隔で迎撃後でも目標に
到達するUAV数 (ダイダイ色)

1. 突破機数と突破率:

- 総攻撃機数 $N = 200$
- 総突破機数 ≈ 9.0 機
- 突破率 $\approx 4.5\%$

注:

・迎撃シミュレーションでは、迎撃成功確率 p_k を使用して $\text{expected_kill} = \text{shots} * p_k$ を計算し、残存機数 $A_{\text{remaining}}$ を減算する
、「1分あたり0.2機が突破」といったように、各ビンでの突破機数が1未満の小数になることがあり、総突破機数 ≈ 9.0 機となる。例えば、20のビンでそれぞれ0.4機が突破したと予想される場合、個々のビンの棒グラフは0.4の高さになりますが、総突破機数は $0.4 * 20 = 8$ となる。これらの小数点以下の突破機数が多くのビンにわたって合計された結果、約9機という総突破機数になっている

- 薄青い色の棒グラフ (Arrivals per minute (before defense)) : 防空システムによる迎撃がなかった場合に、各1分間に目標に到達するUAVの数を示す。
- 濃ダイダイ色の棒グラフ (Breakthrough per minute (after defense)) : 防空システムによる迎撃後も目標に到達してしまったUAVの数を示す。

結果に関する考察

各防空層の弾薬消費:

- Layer1_SAM: 120発中120発を使い切っています。これは、最も高い殺傷確率を持つ層が、多くのUAVを迎撃しようと最大限に稼働したことを示している
- Layer2_SHORAD: 150発中131発を使用しています。SAM層が迎撃しきれなかったUAVに対して、この層も積極的に迎撃を行ったことがわかる。
- Layer3_CIWS: 200発中41発を使用しています。これは、CIWS層に到達するUAVの数が比較的少なかったか、あるいはCIWSの殺傷確率が低いために多くの弾薬を消費しなかったことを示唆している。

結果の解釈:

200機のUAVスウォーム攻撃に対して、多層防空システムが平均的に約9機（全体の4.5%）のUAVしか突破を許さなかったことを示している。

これは、この防空システムがこの規模のスウォーム攻撃に対して、かなり高い迎撃効果を発揮したことを意味する。

適切に設計された多層防空システムと貪欲な迎撃配分戦略は、UAVスウォーム攻撃の飽和効果を大きく軽減できる可能性が示された。

殺傷確率や弾薬数が異なる複数の防空層を連携させることで、攻撃側のUAVの集中を分散させつつ、効果的に撃墜できることが分かった。

ただし、この結果は設定された p_k や M_{total} などのパラメータに強く依存するため、これらの値を変更することで突破率は大きく変動する可能性があります。

防空システムを突破した9機に関する考察

結果：

突破したUAVは特定の時間帯に集中しているわけではなく、幅広い到達時間ビンに分散している

解釈：

多層防空システムが特定のピークを効果的に迎撃した結果、突破がより均等に分散された可能性を示唆している

スウォーム攻撃の一般的な特性が影響していると考えられる

(設定した初期条件)・平均巡航速度: 76.00 m/s (ばらつき: 2.00 m/s)

・平均経路長: 1500.0 km (ばらつき: 100.0 km)

・発射時刻のばらつき: 30 分

防空システム：

「ミサイル防空システム」か「迎撃防空ドローンシステム」

命題： 同じ Shahed スウォームに対して、「ミサイル防空システム」と「迎撃ドローン防空システム」で、どちらがどれだけ安く・どれだけ落とせるか

前提：

- ・ 攻撃側：前に作った Shahed スウォームモデル（到達時刻分布は同じ）
- ・ 防空側：
 - 防空ミサイル（SAM）：高価・高 kill 確率・弾数制約
 - 迎撃ドローン（ID：Interceptor Drone）：安価・中 kill 確率・大量運用可能

「期待撃墜数・総コスト・1機撃墜あたりコスト」を比較するモデルを作成し検討

想定コスト及びKill 確率

典型値のイメージ（大胆に予想）

- ・ Shahed 1 機：2～5 万ドル級
- ・ Patriot 1 発：300～400 万ドル級
- ・ 中距離 SAM：数十万～100 万ドル級
- ・ 迎撃ドローン：1,000～5,000 ドル級

kill 確率のイメージ：

- ・ SAM： $p_{\text{SAM}} \approx 0.8$
- ・ 迎撃ドローン： $p_{\text{ID}} \approx 0.4$ （1機あたり）

「ミサイル防空システム」か「迎撃防空ドローンシステム」 或は両方使用するハイブリッドシステムか

予想される結論

- ・ ミサイル防空システムのみ (SAM only)
 - 撃墜数は多いが、総コストが桁違いに高い
 - 1 機撃墜あたりコストも非常に高い
- ・ 迎撃防空ドローンシステムのみ (Interceptor Drone only)
 - 撃墜数は SAM より少ないが、コストは圧倒的に安い
 - 1 機撃墜あたりコストは SAM の 1 桁～2 桁安い
- ・ 両方を適切な割合で使用するハイブリットシステム (Hybrid)
 - 「ピークだけ SAM で削り、残りを迎撃ドローンで処理」することで
 - 突破機数を抑えつつ、コストも SAM only より大幅に低い
 - 「高価な SAM は本当に必要なところだけに使う」戦略が定量的に見える

防空システム：コスト解析モデル

単純化したコスト・効果モデル

時間ビン k ごとに考えます（例：1分ビン）

- そのビンに到達するシャヘド機数： A_k
- SAMが撃つ弾数： n_k^{SAM}
- 迎撃ドローンが出撃する機数： n_k^{ID}

それぞれの kill 確率を

- SAM： p_{SAM}
- 迎撃ドローン： p_{ID}

とすると、そのビンでの期待撃墜数は $K_k = \min(A_k, n_k^{\text{SAM}} p_{\text{SAM}} + n_k^{\text{ID}} p_{\text{ID}})$

突破機数： $B_k = A_k - K_k$

総突破機数： $B_{\text{tot}} = \sum_k B_k$

コストモデル

- SAM 1 発あたりコスト： C_{SAM}
 - 迎撃ドローン 1 機あたりコスト： C_{ID}
- 総コスト： $C_{\text{tot}} = \sum_k (n_k^{\text{SAM}} C_{\text{SAM}} + n_k^{\text{ID}} C_{\text{ID}})$

機撃墜あたりコスト（期待値ベース）：

$$C_{\text{per kill}} = \frac{C_{\text{tot}}}{\sum_k K_k}$$

攻撃側スウォーム：従前と同一

総機数：200機 平均巡航速度：76.0 m/s、
平均経路長：1500 km で、それぞれにばらつきがある 発射時刻は30分（1800秒）の幅で分散されている

迎撃側：

SAM総数：80機 ドローン総数：400機
コスト；
SAM 1 機当たり 100万ドル、 $P_{\text{kill}}=0.8$
ドローン1機当たり 5千ドル、 $P_{\text{kill}}=0.4$

防空システム：コスト解析結果

SAMのみ (SAM only)

- ・ 総撃墜数: 64.0機
- ・ 総突破機数: 136.0機
- ・ 突破率: 68.0 %
- ・ 総コスト: $\$80,000,000.0 * **1機撃墜あたりコスト:** \$80,000,000.0 **1機撃墜あたりコスト:** \$1,250,000.0$

分析: SAM (地対空ミサイル) のみで迎撃した場合、弾薬数 (80発) が攻撃機数に対して少ないため、突破率が非常に高くなっている。また、SAMの単価が高いため、総コストも1機撃墜あたりのコストも極めて高額になる

迎撃ドローンのみ (Interceptor Drone only)

- ・ 総撃墜数: 160.0機
- ・ 総突破機数: 40.0機
- ・ 突破率: 20.0 %
- ・ 総コスト: $\$2,000,000.0 * **1機撃墜あたりコスト:** \$2,000,000.0 * **1機撃墜あたりコスト:** \$12,500.0$

分析: 迎撃ドローンのみで迎撃した場合、突破率は20%とSAMのみより大幅に改善される。迎撃ドローンの単価がSAMに比べて格段に安いため、総コストおよび1機撃墜あたりコストも非常に低く抑えられている。多数の低コストUAVには、多数の低コスト迎撃システムがコスト効率の良い選択肢となることを示唆している

防空システム：コスト解析結果

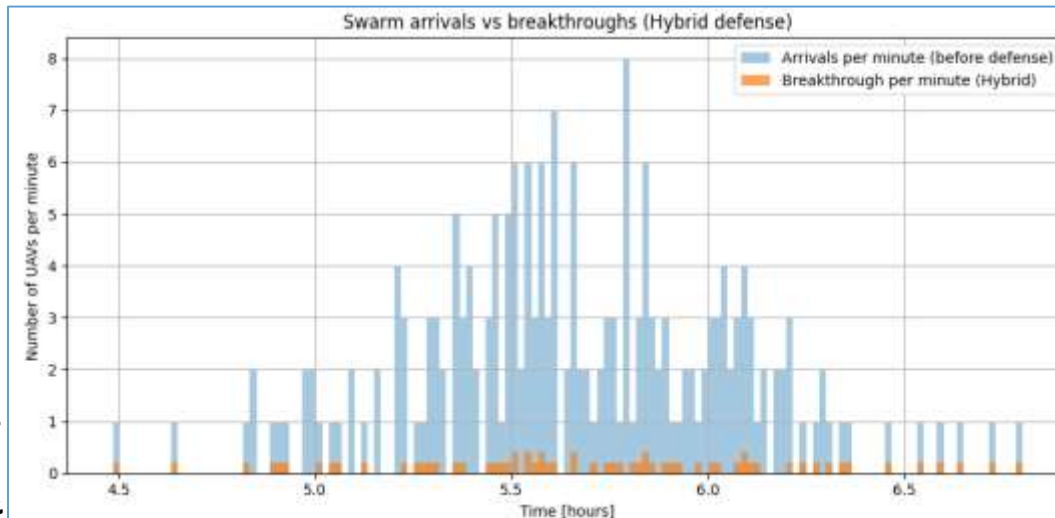
ハイブリッド (SAM + ID) (Hybrid (SAM + ID))

- ・ 総撃墜数: 187.2機
- ・ 総突破機数: 12.8機
- ・ 突破率: 6.4 %
- ・ 総コスト: \$81,540,000.0 * **1機撃墜あたりコスト:** \$81,540,000.0 * **1機撃墜あたりコスト:** \$435,576.9

分析: SAMと迎撃ドローンを組み合わせたハイブリッド戦略が、最も低い突破率(6.4%)を達成し、攻撃側UAVのほとんどを撃墜できることが示された。

これは、SAMの高い単体撃墜能力と、迎撃ドローンの飽和攻撃への対応能力を組み合わせた結果である。しかし、SAMの使用量(80発中74発)が多いため、総コストは最も高額になる。1機撃墜あたりコストもSAMのみよりは低いものの、迎撃ドローンのみの場合よりはかなり高額となる。

各1分間隔で迎撃システムない
条件で目標に到達するUAV数
(薄い青色)



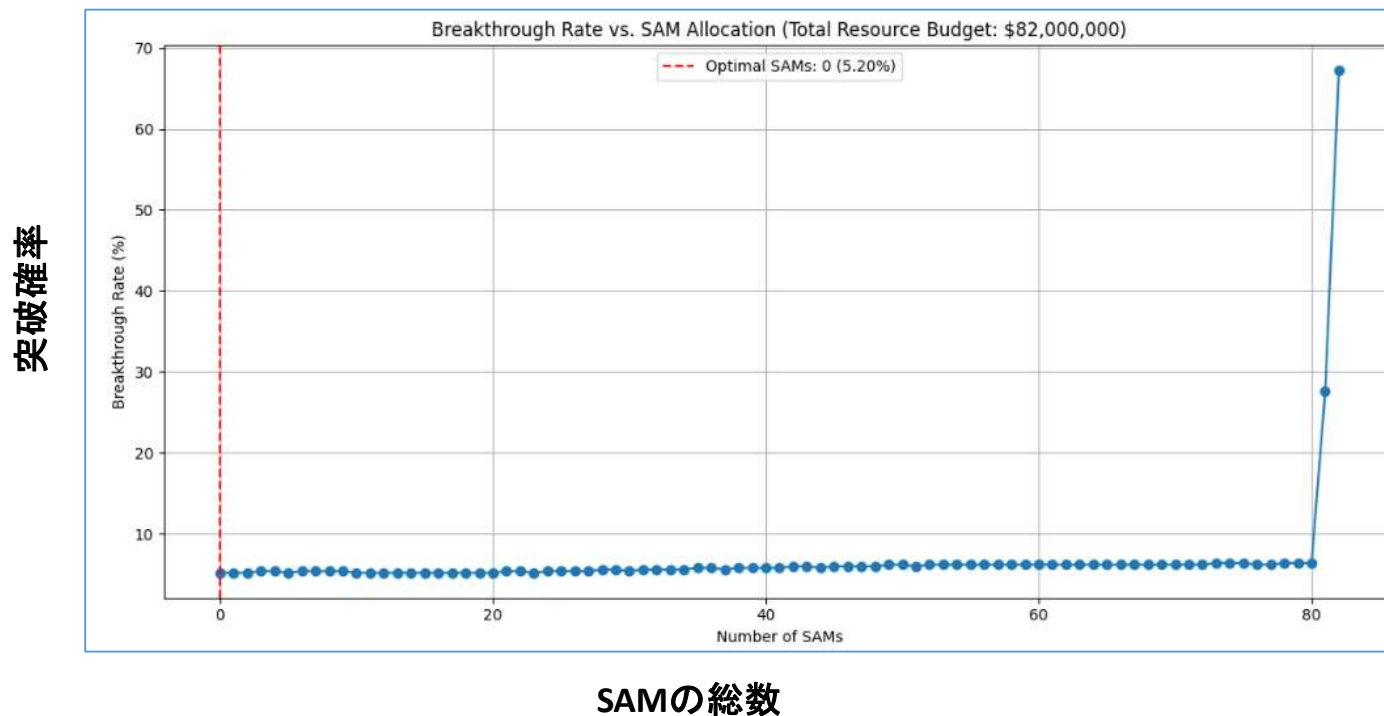
各1分間隔で迎撃後でも
目標に到達するUAV数
(ダイダイ色)

UAVが目標に到達する時刻

SAMと迎撃ドローンの最適な配分比率を求めるシミュレーションの結果

結果：突破を最小限に抑えるという防衛目標であれば、ハイブリッド戦略が最も効果的であることが明らか。SAMが最初の層として大きな脅威を排除し、残りを迎撃ドローンが処理することで、相乗効果が生まれている

構成比率の検討：上記の総コストが \$81,540,000.0 であったことから、総予算 \$82,000,000.0 の中で、攻撃に対する突破率を最小にするSAMとドローンの構成比率を検討する



最適化の結果（結論）
最適構成（予算 82M の範囲で突破率を最小化）

項目	最適値
SAM 数	0 発
迎撃ドローン数	16,400 機
最小突破率	5.20 %
撃墜数(期待値)	189.6 機
総迎撃コスト(実際に消費した分)	2,370,000 ドル(迎撃ドローン464機分)
総予算(購入可能な最大の予算金額)	82,000,000 ドル

結果： 総予算82,000,000ドルの中で、攻撃に対する突破率を最小になる最適構成として
 SAMを0発、迎撃ドローンを最大16,400機割り当てることができる

最適化の結果によると、迎撃に使用されたドローンの実際の数は次のように計算できる

総迎撃コスト: \$2,370,000 と迎撃ドローン1機あたりの: \$5,000
 実際に迎撃に使用されたドローンの数は 474機 ($\$2,370,000 / \$5,000 = 474$)である。

シミュレーション結果から

攻撃側；スウォーム攻撃は、単位時間当たりの攻撃の「密度」が本質
（目標攻撃時の到達時間に対する攻撃密度）

Shahed スウォームは：・同時刻に多数が到達する
・ピーク密度」が防空の弱点を突く

迎撃側：大量の迎撃ドローンは「スウォーム密度」に対して圧倒的に強い

SAM は：発射レートに同時交戦数に制約があるため、攻撃のピーク密度
に対して「数で押される」

迎撃ドローンは：多数同時発進が可能で攻撃ピーク密度に合わせて柔軟に
迎撃出撃の割り当てが可能

参考： 多層防空の防空側の数学的モデルについて

単一目標・単一防空サイトの迎撃モデル

攻撃側到達プロファイル

時刻 t に目標周辺に到達する Shahed の期待機数を $\lambda(t)$ とする
(前のスウォームモデルのヒストグラムに相当する)

時間ビン幅 Δt ごとに $A_k = \lambda(t_k)\Delta t$ を「時刻区間 k に到達する機数」とみなす

防空側の迎撃能力

防空サイトの「1 ビンあたり最大迎撃可能数」を μ_k とする。

突破機数と目的関数

ビン k における突破機数の期待値を、以下とする

$$B_k = \max\{A_k - \mu_k, 0\}$$

総突破機数は以下で表せる

$$B_{\text{tot}} = \sum_k B_k$$

目的は、1 ビン当たりの最大迎撃可能数で総突破数を最小にする

$$\min_{\{\mu_k\}} B_{\text{tot}}$$

防空リソース制約と最適配分

総迎撃リソース制約

例えば「総発射可能弾数」が M_{tot} 発であるとする、以下が制約になる

$$\sum_k \mu_k \leq M_{\text{tot}}$$

(μ_k は「ビン k で実際に撃てる弾数」と解釈)

最適化の直感的解

$B_k = \max\{A_k - \mu_k, 0\}$ を最小化するには、

到来機数 A_k が大きい時間帯 (= 飽和しやすい時間帯) に優先的に 迎撃機数 μ_k を割り当てる。つまり、 μ_k を「 A_k の大きい順」に配分するのが合理的

形式的には、 μ_k を連続変数とみなすと、

- $A_k \leq \mu_k$ なら 突破機数 $B_k = 0$
- $A_k > \mu_k$ なら 突破機数 $B_k = A_k - \mu_k$

なので、限られた $\sum_k \mu_k$ を使って 「到来機数 A_k が大きいビンから順に 到来機数 A_k を削っていく」 のが最適

多層防空・多種迎撃手段の拡張

多層防空

層 $j = 1, \dots, J$ (長距離 SAM、中距離、近距離 CIWS など) を考える

- ・ 各層のビン k における迎撃能力: $\mu_{j,k}$
- ・ 各層の迎撃成功確率: p_j (1 発あたり kill 確率)

ビン k に到達した攻撃・到来機数 A_k に対し、層 $1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow J$ と順に迎撃するときの突破期待値は

$$B_k = A_k \prod_{j=1}^J (1 - p_j u_{j,k})$$

- ・ $u_{j,k}$: ビン k で層 j が 1 機あたりに割り当てる「射撃回数」(平均的な意味)

現実には、 $\mu_{j,k}$ (総射撃数) と $u_{j,k}$ (1 機あたり射撃数) の関係は

$$\mu_{j,k} = u_{j,k} \cdot A_k$$

のように結びつく

多層防空・多種迎撃手段の最適化のための数学的扱い

シミュレーションで検討すべき関数（目的と制約）

最適化のための目的関数とそれを制約する制約関数は以下である

- 目的関数：
$$\min_{\{\mu_{j,k}\}} \sum_k B_k$$
- 制約関数：
$$\sum_k \mu_{j,k} \leq M_j \text{ (各層の総弾数)}$$

多目標への配分（重要度付き）

目標 $m = 1, \dots, M$ があり、それぞれ重要度 w_m を持つとする

- 目標 m に対する突破機数： $B_{m,\text{tot}}$
- 目的関数：

$$\min \sum_{m=1}^M w_m B_{m,\text{tot}}$$

防空サイト s ごとに、どの目標方向にどれだけ迎撃リソースを向けるか ($\mu_{s,j,k,m}$) を決める問題になる

防空側最適化の考え方

入力：

- 攻撃側スウォームから得た「到達時刻分布 $\lambda(t)$ 」
- 防空システムごとの「発射レート・弾数・kill 確率」
- 目標ごとの重要度

決めるべきもの：

- 各時間帯・各層・各目標方向に対して、迎撃リソース $\mu_{j,k}$ （あるいは $\mu_{s,j,k,m}$ ）をどう配分するか

最適化の目的：

- 総突破機数、あるいは重要度重み付き突破機数を最小化

計算の構造：

- 本質的には「時間帯ごとの攻撃機の突破機数の到達密度に対するリソース配分問題」として扱う
- 単純な場合は「到達密度の高い時間帯から優先的に迎撃能力を集中させる」解が最適防空システムのリソース配分に近い

求めるべき計算の結果：

「防空側最適配分シミュレーション」として、
N 機スウォーム 複数防空層及び弾数制約の下で「何機が突破するか」を
数値で求める